Matematikai statisztikai módszerek alkalmazása a mélyfúrási geofizikai értelmezésben

*KOMLÓSI ZSOLT**

A mélyfúrási geofizikai értelmezésben a matematikai statisztikai módszerek fölhasználásával összetett paramétereket (pl. permeabilitás) becsülhetünk egyszerű módon, kalibrálhatjuk a szelvényeinket, burkolóegyeneseket határozhatunk meg stb. minimális szubjektív hibával. A cikkben néhány konkrét alkalmazási esetet mutatunk be.

При интерпретации результатов глубинного бурения при помощи методов математической статистики простым методом могут быть оценены сложные параметры (например, восприимчивость), могут быть прокалиброваны разрезы, могут быть определены обсаживающие прямые с минимальной субективной неточностью. В статье показаны несколько конкретных случаев применения.

With the interpretation of well logs we are able by the use of mathematical statistics' methods to obtain estimates of complex paramaeters (e. g. permeability) on a simple way, we can calibrate our logs, we can determine enveloping lines in cross plots etc. with minimal subjective error. The paper presents a few practical examples for the method.

1. A fölhasznált matematikai apparátus

A statisztikai vizsgálatok során elvonatkoztatunk az adott paraméterértékek konkrét mérési helyétől, s csak a különböző értékeknek az adott mérési eredmény-halmazbeli (esetünkben egy karotázs szelvény vagy egy laboratóriumi magminta mérési sorozat) előfordulási valószínűségeit elemezzük. Paramétereink általában kontinuálisak, de hogy kezelhetőbbé tegyük őket, rendszerint intervallumokra bontva diszkrétté tesszük az értelmezési tartományt. Az adott statisztikus sokaságot az eloszlási függvény jellemzi, ami azonban nehezen kezelhető, s ezért általában nevezetes pontjaival (medián, módus, quartilisek stb.), illetve az átlaggal és a szórással (standard hiba) közelítjük.

Gyakran találkozunk olyan halmazokkal, amelyek elemei fizikai kapcsolatban állnak egymással, csak a köztük levő összefüggés olyan bonyolult, hogy nem tudjuk leírni, vagy olyan tényezők is befolyásolják, amelyekről nincsenek információink. Ilyen esetben a két paraméter között regressziós összefüggést számíthatunk az alábbi szélsőérték feladat megoldásával:

$$\sum_{i=1}^{N} [y_i - f(x_i)]^2 \rightarrow \text{minimális}$$

ahol:

y_i, x_i a két halmaz összetartozó elempárjai,
f a regressziós függvény,
N a halmaz-pontpárok száma.

Az f függvény legtöbbször lineáris vagy parabolikus; ezen kívül még transzformálhatjuk is a paramétereket valamilyen függvény szerint.

* Magyar Szénhidrogénipari Kutató és Fejlesztő Intézet, Százhalombatta

Az [1]-ben kidolgoztunk egy eljárást, amely pontosabbá teheti a fölhasználandó lineáris összefüggést. A módszer föltételezi, hogy a két paraméter kölcsönösen határozza meg egymást, s egyiknek sincs kitüntetett szerepe a másikkal szemben. Két regressziót írhatunk föl: $y = ax+b$, és $x = cy+d$. A két egyenes a két halmaz átlagpontján keresztül húzódó metsző egyenespárt alkot; a módszer szerinti optimális megoldást a szögfelező egyenes adja. Hasonló gondolatmenetet követ [2] is.

A két halmaz elemei közötti kapcsolat szorosságát az alábbi paraméterekkel jellemezhetjük:

1. Korrelációs együttható (BR)
2. A regresszió hibája (ER)

$$\mathrm{ER} = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N} [y_i - f(x_i)]^2}{N-1} \right\}^{0,5}$$

amit általában a függetlennek tekintett y változó átlagának százalékában szoktunk megadni.

3. A szögfelezős módszernél a felezett szög nagysága is a korreláció szorosságára utaló mennyiség. Jó kapcsolat esetén nulla, függetlenség esetén 90°-hoz tart az értéke.

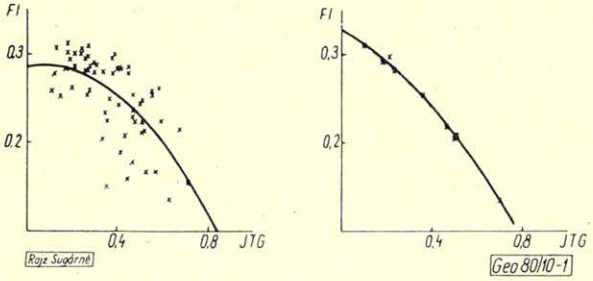
4. Módosított hiba (ERM): az ER hibát az átlagra normálva kiejtettük a függő változó nagyságának a hatását, azonban még így is nehéz a kapcsolat jóságát megítélni, s ezért vezettük be az alábbi transzformációt, amely a függőváltozó szórásának (DY) a hatását is kiejti:

$$\mathrm{ERM} = (\mathrm{DY} - \mathrm{ER})/\mathrm{DY} * 100,\%$$

Amennyiben a két paraméter közötti kapcsolat szoros, az ER regressziós hiba elhanyagolható a szóráshoz képest és ERM → 1; ha rossz a kapcsolat, akkor a regressziós hiba megegyezik a függőváltozó szórásával és ERM → 0.

Előnye az ERM hibának, hogy tetszőleges regressziós kapcsolatra alkalmazható, és minden esetben egy korrelációs-együtthatószerű mennyiséget ad.

2.1. Algyői agyagos homokkő telepek értelmezésében [4] abból indulunk ki, hogy az agyagtartalom és az effektív porozitás között kapcsolat van. Laboratóriumi magminta mérések és az azonos mélységből származó relatív természetes gamma értékek (JTG), amelyeket minden fúrásban meg tudtunk határozni, összevetésével kaptuk a gyakorlati formulánkat *(1a ábra, 1. táblázat)*.



1. ábra. Magporozitás, relatív természetes gamma cross-plot

1. Рис. Графики связи относительного ГК с рпоистостю кернов.

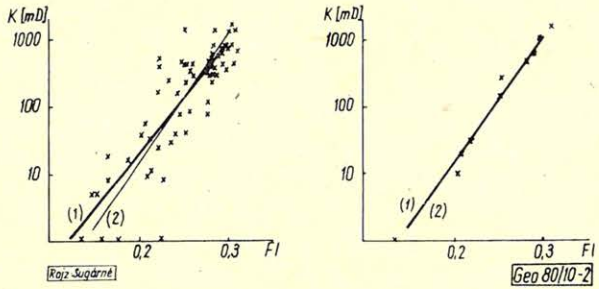
Fig. 1. Porosity of core versus relative gamma ray cross plot.

1. táblázat

Sor-szám	Ábra-szám	Független	Függő paraméter			Adatszám	Típus	Y = AQ+A1x+A2x² AQ	A1	A2	BR	ERM
				átlag	szórás %							
1	1.a.	JTG	FI	0,25	18	68	par	0,285	0,044	– 0,313	–	24
2							lr	0,321	– 0,190	–	0,64	23
3							szf.	0,370	– 0,323	–	–	11
4	1.b.			0,25	22	10	par	0;326	– 0,137	– 0,197	–	92
5							lr	0,350	– 0,290	–	0,99	86
6							szf.	0,351	– 0,293	–	–	86
7	2.a.	FI	lg K	2,16	40	68	lr	– 2,014	16,506	–	0,85	47
8							szf.	– 2,697	19,210	–	–	45
9	2.b.			2,01	51	10	lr	– 2,624	18,882	–	0,99	88
10							szf.	– 2,658	19,020	–	–	88
11	3.	SW	exp (– PC²)	0,68	30	23	lr	0,393	0,476	–	0,94	66
12							szf.	0,374	0,507	–	–	65
13	4.	AT	$1/\sqrt{ROL}$	234	9	47	lr	175	274	–	0,75	34
14							szf.	158	532	–	–	30
15	5.	AT_1	AT_2	234	9	47	lr	39,12	0,762	–	0,79	39
16							szf.	– 12,7	0,965	–	–	35

Ugyan ebben a földolgozásban a lgK = L(FI) összefüggésből becsültük a rétegek permeabilitását *(2a ábra)*. Mint látható a pontok meglehetősen szórtak, ezért a szögfelezőt is kiszámítottuk. A két egyenes hibája gyakorlatilag megegyezett, s így a földtani szempontok figyelembevételével a szögfelezőt választottuk. (A két egyenes különbségének négyzetes integrál közepe 19,1% az átlagpermeabilitásra vonatkoztatva, ami elég jelentős eltérés).

2.2. Abban az esetben, ha páronként nem tudjuk összerendelni a mérési eredményeinket, akkor a két halmaz eloszlásfüggvényéből vehetünk minta pontokat, s azok között kereshetjük a regressziós összefüggést. Ilyen eljárást követtünk [5]-ben is a permeabilitás becslésére.



2. ábra. Permeabilitás – porozitás cross-plot (1) – a normál regressziós egyenes, (2) – a szögfelező egyenes

2. Рис. Графики связи пористости с проницаемостю кернов (1) – линия нормальной регрессия, (2) – разделённая линия

Fig. 2. Permeability of core versus porosity cross plot (1) – line of normal regression, (2) – bisecting line

Próbaképpen a 2.1. pontban elemzett ismert adatpárokból álló adathalmazra is megcsináltuk ezt az egyszerűsített összefüggést *(1b* és *2b ábrák)* úgy, hogy az alábbi valószínűségekhez tartozó FI, lgK és JTG értékeket vettük (ez utóbbinál figyelembe vettük azt is, hogy fordított kapcsolatban áll a porozitással): 14,5%, 25%, 50%, 75%, 85,5%, átlag, átlag + szórás, átlag – szórás, maximum, minimum.

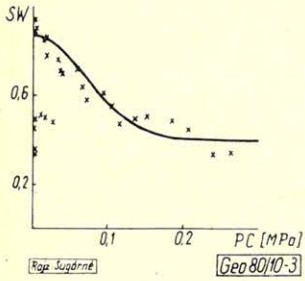
A pontokból illetve az eloszlásfüggvényből leszármaztatott görbék különbségének is képeztük a négyzetes integrál közepét, s a *2. táblázatban* foglaltuk össze:

2. táblázat

Összefüggés		Integrál közép	
lgK – FI	normál regisztrálók (lr)	0,78	36 %
	szögfelezők (szf)	0,03	1,5%
FI – JTG	parabolák (par)	0,11	43 %

Mint a 2. táblázatból látható, a kétféle eljárásból kapott szögfelezők megegyeznek. A porozitást számító parabolák közötti eltérés jelentős, s ezért választani közülük csak egyéb szempontok figyelembevételével lehet (ugyan ez vonatkozik az egyenesekre is).

2.3. A [6]-ban kapilláris nyomás – maradék víztelítettség méréssorozatot kellett értékelnünk. A szubjektív hibák kiszűrésére az $SW = L \exp(-PC^2)$ regressziót számítottuk, ami jól közelíti az elméleti görbe alakját, és kis kapacitású számítógéppel is meghatározható; a maradék víztelítettséget a nullafokú tag együtthatója adja (természetesen plusz-mínusz a regresszió hibája), mivel a $PC \to \infty$ esetén az elsőfokú tag nullává válik. A (0, 1) koordinátájú elméleti pontot kétszeres súllyal szerepeltettük a meghatározásban. Ilyen módon lehetővé vált, hogy valamennyi méréssorozatot konzekvensen értékeljünk.

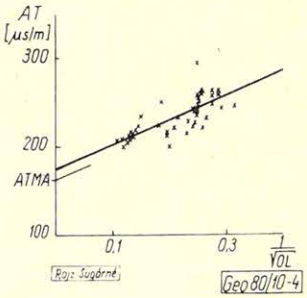


3. ábra. Víztelítettség – kapilláris nyomás cross-plot

3. Рис. Графики связи капиллярного давления с водонасыщеностю

Fig. 3. Water saturation versus capillary pressure cross plot

2.4. Akusztikus és sűrűség szelvények értelmezéséhez a mátrix paramétereket az AT-, illetve DE-$1/\sqrt{ROL}$ cross-plottból szoktuk meghatározni. A pontfelhő felső burkolója metszi ki az ordináta tengelyből a mátrixparamétert. Az egyenes kézi behúzása rendkívül szubjektív, ezért azt az eljárást követtük [7], hogy meghatároztuk a pontok lineáris regresszióját, és a nulladfokú tag együtthatójából levonva a regresszió hibáját, a mátrixparaméterhez jutottunk (sűrűség szelvénynél hozzáadtuk a hibát). A *4. ábra* egy konkrét példát mutat. Az eredmény ATMA = 161 μs/m. A szögfelező egyenesből ATMA = 144 μs/m. A két érték közül egyéb szempontok alapján választhatjuk ki a megfelelőt.



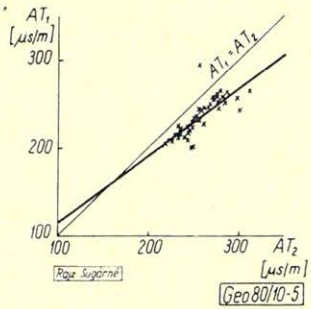
4. ábra. Akusztikus szelvény – egy per négyzetgyök optimális laterolog ellenállás cross-plot

4. Рис. Графики связи сопротивления оптимального бокового каротажа(один на корень) с АК

Fig. 4. Acoustic transit time versus resistivity of optimal laterolog (reciprocal square root) cross plot

2.5. Többször előfordul, hogy egy paraméter szelvényt többféle forrásból is meghatározunk. Ilyenkor össze kell hasonlítanunk a kapott értékeket. A két szelvény alaki hasonlóságát szemrevételezéssel is megállapíthatjuk, azonban

számszerűen nem tudjuk jellemezni. A megoldás: meghatározzuk a két szelvény közötti lineáris regressziót; kiszámítjuk az elméleti $y=x$ egyenesre vonatkozó regressziós hibát. A két hiba különbsége a szisztematikus eltéréssel arányos, míg a regresszió hibája a statisztikus eltérést jellemzi. Az *5. ábrán* látható példá-



5. ábra. Kétféle akusztikus szondával mért hullámterjedési idők cross-plotja

5. Рис. Графики связи два АК измерённые различными зондами

Fig. 5. Cross plot of two acoustic logs were measured by two various apparatuses

ban [7] a két akusztikus szelvény közötti statisztikus hiba 5,6%, ami a szintén 5,6%-os szisztematikus hibára szuperponálódik. Amennyiben a két szelvény megbízhatósága azonos, a regressziós egyenesre merőleges vetítéssel határozhatjuk meg a legvalószínűbb szelvényértéket.

IRODALOM

[1] *Komlósi Zs.:* A számítógépes mennyiségi karotázs értelmezés... Magyar Geofizika, Budapest 1975/5. p. 171–180.

[2] *Dieva E. V., Djadkin I. G., Rucskin A. V.:* O sztatiszticseszkoj obrabotke geologo-geofizicseszkih zaviszimosztej. Neftegazovaja Geologija i Geofizika, Moszkva 1978/7. p. 38–41.

[3] *Komlósi Zs.:* Az anomális nyomású rétegek előrejelzése... Magyar Geofizika Budapest 1979/5. p. 186–191.

[4] *Divéki A., Komlósi Zs., Tilesch L.:* Agyagos tagolt homokkő szénhidrogén tárolók... Kőolaj és földgáz Budapest, 1978/4. p. 103–113.

[5] A Ferencszállás–Cherestur Nord magyar-román mező közös érdekeltségű telepeinek geológiai újraértékelése. OGIL Rezervoárgeológiai Osztály jelentés. Budapest, 1979.

[6] *Bánlaki E., Kiss B., Komlósi Zs., Szalai Gy., Pékó Gy.:* Ferencszállás, Mélyfúrási geofizika. NKFÜ jelentés Szolnok. 1974.

[7] *Komlósi Zs., Markó L.:* Kőzetmechanikai jellemzők meghatározása mélyfúrási geofizikai szelvényekből. OGIL jelentés Budapest, 1977.