



A többszintű modellezés azt jelenti, hogy az itt felsorolt, egymást követő modellek a geometriai modellezésben és az anyagi modellezésben is egyre kevesebb egyszerűsítést, elhanyagolást tartalmaznak. Azaz az 1. modelltől kiindulva, az utána következő modellek a szerkezet valóságos szilárdságtani viselkedését várhatóan egyre javuló pontossággal és részletességgel írják le.

A kiinduló geometria esetén az alváz tömege acél anyagra  $m_{St}=55,6$  kg, ötvözött alumínium anyagra  $m_{Al}=19,19$  kg és szénszál, vagy szénszálszövet erősítésű epoxi műanyagra  $m_{Ce}=11,67$  kg. Látható, hogy a szerkezeti anyag megváltoztatásával már változatlan geometria mellett jelentős tömegcsökkentés érhető el.

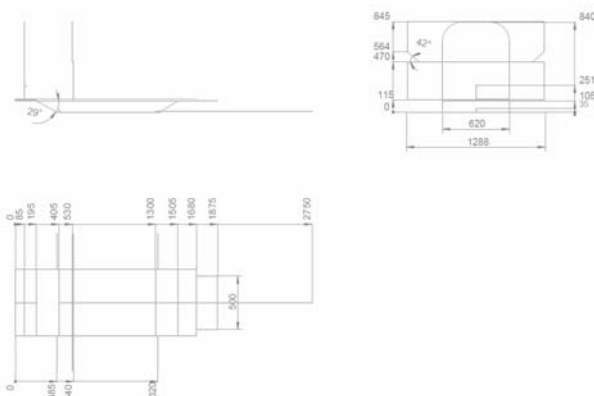
Az alkalmazott anyagok tömegsűrűsége:

- Acél anyag:  $\rho_{St} = 7820 \text{ kg/m}^3$ .
- Alumínium ötvözet:  $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$ .
- Szénszálszövet erősítésű epoxi:  $\rho_{Ce} = 1640 \text{ kg/m}^3$ .

### 3. A SZERKEZET MECHANIKAI MODELLJEI

#### 3.1. Az alváz rúdmodellje

Rúdmodell esetén a rudat (rudakat) a középvonallal helyettesítjük és a valóságos térbeli rúd mechanikai viselkedését jellemző mennyiségeket a középvonalhoz kötjük. A rúd keresztmetszetek alakját és méreteit a keresztmetszeti jellemzők (a keresztmetszet  $A$  területe,  $I_\xi$ ,  $I_\eta$  súlyponti tengelyekre számított másodrendű nyomatéka és  $I_c$  csavarási másodrendű nyomatéka) tartalmazzák. Az alváz rúdmodellje a 3. ábrán látható.



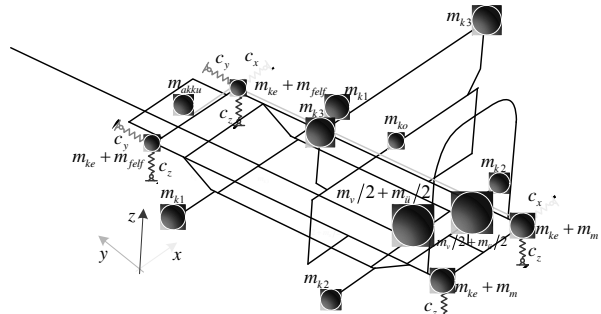
3. ábra. Az alváz rúdmodellje

Rúdmodellezés esetén a végeelem számításnál elsődleges ismeretlenként a középvonal elmoz-

dulásait és a keresztmetszetek szögelfordulásait határozzuk meg (ezek a csomóponti paraméterek) és ezekből számítjuk ki elemszinten az igénybevételeket, továbbá keresztmetszetenként a feszültségeket (feszültség koordinátákat), illetve a feszültségekből a keresztmetszet veszélyes pontjában a Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültséget.

A rúdmodell geometriai méreteinél tehát a rúd-középvonalak helyzetét adjuk meg. Rúdmodellel ugyan csak izotróp anyagú (acél, alumínium-ötvözet) szerkezeteket tudunk kezelni, azonban alkalmazása előzetes információt adhat a szerkezet veszélyes helyeinek feltárására.

Alváz rúdmodelljénél a jármű többi részének önsúlyát és tehetetlenségi erőhatásait általában koncentrált tömegekkel modellezzük az alváznak azokon a helyein, ahol ezek a hatások az alvárra átadódnak.

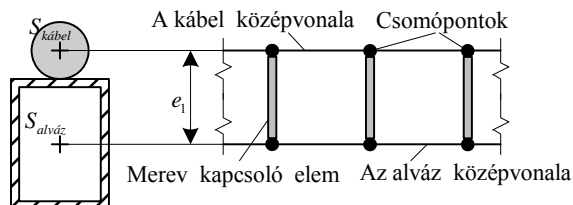


4. ábra. A jármű többi részének hatása

- A karosszéria  $m_k$  tömege az alváz hat pontjához kapcsolódik. A karosszéria tömegét ezekhez a pontokhoz kötött tömegekkel helyettesítjük úgy, hogy e tömegpontrendszer súlypontja essen egybe a karosszéria súlypontjával.
- A vezető  $m_v$  tömegét két koncentrált tömegként vesszük figyelembe az ülés alátámasztásainál.
- Az akkumulátor-csomag hatását az első híd előtt kiképzett tálcán elhelyezett  $m_{akku}$  tömeg modellezi.
- Az első híd végein a gumibronccsal szerelt kerék  $m_{ke}$  tömege, valamint a kormánymű elejét és a tárcsaféket modellező  $m_{felf}$  koncentrált tömeg jelenik meg.
- A hátsó híd végein levő kerekek  $m_{ke}$  tömegét növelik a rájuk felszerelt agymotorok, amelyek tömege  $m_m$ .

A jármű alvázának jobb oldalán végigfutó (réz) kábelköteget „fiktív anyagi tulajdonságú” rúd-elemekkel modellezzük, amelyeket mereven hozzákapcsolunk az alváznak ahhoz a rúdjához,

amely fölött végigfutnak. A kábelköteg nem befolyásolja az alváz merevségét, ezért ezeknek a rúdelemeknek a merevségi jellemzőit közelítőleg nullára állítjuk be:  $E_{el} \approx 0$  és  $\nu_{el} \approx 0$ . A kábelköteg viszont gravitációs (súly) és tehetetlenségi terhelést jelent az alvázra, ezért tömegsűrűségét, keresztmetszetét és súlypontjának a szelvény súlypontjától vett  $e_1$  távolságát meg kell határozni.



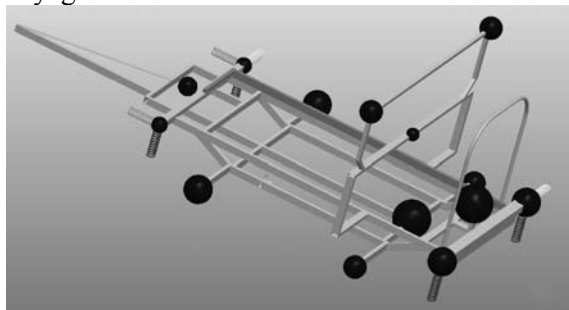
5. ábra. A kábelköteg modellezése

### 3.2. Az alváz rétegzett héjmodellje

Héjmodell esetén a rudakat a rúdszelvény középfelületével helyettesítjük és a valóságos térbeli héj mechanikai viselkedését jellemző mennyiségeket ehhez a középfelülethez kötjük. A héj 3D geometriáját a középfelület és a héj vastagsági mérete (a szelvény falvastagsága) határozza meg.

Héjmodellezés esetén a végelem számításnál elsődleges ismeretlenként a középvonal elmozdulásait és szögelfordulásait határozzuk meg és ezekből számítjuk ki elemszinten az élerőket, élyomatékokat, továbbá a feszültségeket (feszültség koordinátákat) és a Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültséget a közép- és a két határoló felületen.

A héjmodell esetén a középfelülethez egy vagy több rétegű, rétegenként eltérő ortotróp anyagi tulajdonságú anyag is rendelhető. A héjmodell ezért az izotróp anyagú acél, vagy alumínium ötvözet és a rétegelt szálerősített kompozit anyag kezelésére is alkalmas.



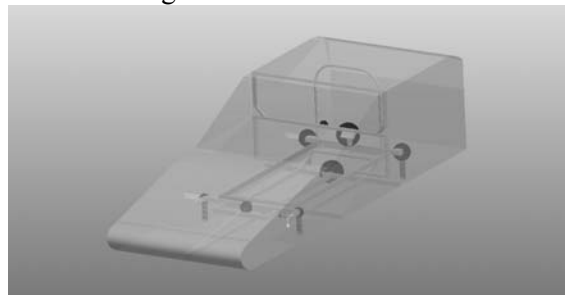
6. ábra. Az alváz héjmodellje

Alváz héjmodelljénél is a szerkezet többi részének önsúlyát és tehetetlenségi erőhatásait ugyanúgy koncentrált tömegekkel modellezzük az

alvázra átadódni. A koncentrált tömegek elosztása és nagysága megegyezik a rúdmodellnél leírtakkal. A jármű alvázának jobb oldalán végigfutó kábelköteget ugyanúgy „fiktív anyagi tulajdonságú” rúdelemekkel modellezzük, mint az alváz rúdmodelljénél. Különbséget csak a merev kapcsoló elemek  $e_2$  méretében van. A 6. ábrán az alváz héjmodellje látható a többi szerkezeti elemet helyettesítő koncentrált tömegekkel és a kábelköteget helyettesítő (okkersárga) rúddal.

### 3.3. Az alváz és karosszéria rétegzett héjmodellje

Az alváz és karosszéria héjmodellje annyiban különbözik az alváz héjmodelljétől, hogy nemcsak az alváz vékony, zártszelvényű rúdjaival modellezzük héjként, hanem a karosszéria törzfelületű lemezszerkezetét is. Ennek következtében ennél a modellnél eltűnnek a karosszéria hatását a gravitációs (súly) és tehetetlenségi terheléseknél modellező  $m_{k1}$ ,  $m_{k2}$ ,  $m_{k3}$  koncentrált tömegek.



7. ábra. Az alváz és karosszéria héjmodellje

Az alváz zártszelvényű rúdjaival modellező héjak és a karosszéria törzfelületű lemezszerkezetét modellező héjak az  $m_{k1}$ ,  $m_{k2}$ ,  $m_{k3}$  koncentrált tömegek helyén kis felületen mereven kapcsolódnak egymáshoz (7. ábra). Ezen a módosuláson kívül minden megegyezik az alváz héjmodelljével.

### 3.4. A modellek kinematikai peremfeltételei

A versenyautó, illetve mindhárom modell a kerekeknél van megtámasztva. A kerekek elsősorban a gumibroncs lágy rugalmassága miatt mechanikai szempontból rugalmas megtámasztást valósítanak meg. A rugalmas megtámasztás rúdmodellnél a tengelyvégekhez kapcsolódó rugókkal modellezhető. A rugók mindhárom modellnél a tengelyvégekhez kapcsolódnak (5. – 7. ábra).

A  $z$  irányú  $c_z$  rugóállandót a keréken végzett méréssel (8. ábra) határoztuk meg. A mérés

során a 2,5 bar nyomásra felfújt kereket a 8. ábrán látható módon összenyomtuk, mérve a nyomóerőt az elmozdulás függvényében.



8. ábra. A függőleges rugóállandó mérése

#### 4. AZ ALVÁZ (ÉS KAROSSZÉRIA) KRITIKUS TERHELÉSEI

A járműre a verseny közben komplex terhelés hat. A kritikusnak tekintett összetett terheléseket a jellemző alapterhelések szuperpozíciójával állítjuk elő. A kritikus terhelések minden modellnél azonosak, az alapterhelések végeselemes megvalósításában azonban vannak a modellezés szintjétől függő különbségek.

a) Alapterhelések:

1. alapterhelés: a szerkezet önsúlya és a vezető súlya (gravitációs terhelés).
2. alapterhelés: a vészfékezésnél fellépő tehetetlenségi erők – megcsúszási határeset (lassulási terhelés).
3. alapterhelés: a kanyarodásnál fellépő tehetetlenségi erők – felborulási határeset, kicsúszási határeset (gyorsulási terhelés).
4. alapterhelés: a vészfékezésnél fellépő fékezési nyomatók.
5. alapterhelés: a vezetőtől származó fékezési erőterhelés.
6. alapterhelés: a fékezetlen hátsó kerékpár lassításából származó terhelés.
7. alapterhelés: a kanyarodásnál a kerekekről átadódó nyomatók.

b) Kritikus terhelések:

1. kritikus terhelés: vészfékezés – megcsúszási határeset (1+2+4+5+6 alapterhelés).
2. kritikus terhelés: kanyarodás nagy sebességgel – kicsúszási határeset (1+3+7 alapterhelés).

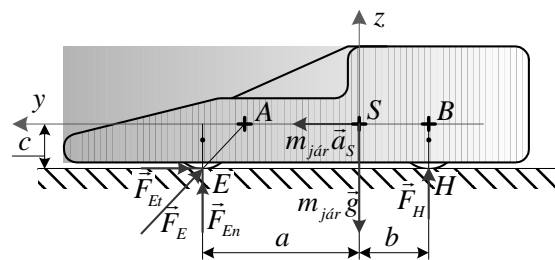
3. kritikus terhelés: vészfékezés nagy sebességgel történő kanyarodás közben – megcsúszási és kicsúszási határeset (1+2+3+4+5+6+7 alapterhelés)

1. alapterhelés

A gravitációs terhelés megvalósításához meg kell adni a  $\vec{g} = -g\vec{e}_z = -9,81\vec{e}_z \text{ [m/s}^2\text{]}$  gravitációs gyorsulást. Ekkor az alvázhhoz kapcsolt koncentrált tömegek helyén (amelyek az elhagyott szerkezeti elemeket és a vezetőt modellezzik)  $\vec{G}_i = m_i\vec{g} = -m_i g\vec{e}_z \text{ [N]}$  koncentrált erők hatnak az alvázra. A 12. és 13. ábrán okkersárgával jelölt kábelköteg a rúdmodellnél és a héjmodellnél is vonal mentén megoszló terhelésként hat:  $\vec{f}_{g,el} = -\rho_{el} g A_{el} \vec{e}_z \text{ [N/m]}$ . A  $\rho_{el}$  a kábelköteg tömegsűrűsége és  $A_{el}$  a kábelköteg keresztmetszetének területe.

2. alapterhelés

A versenyautónak csak az első kerekein van fék. Ezért legnagyobb lassulás a vészfékezéskor akkor lép fel amikor az első két kerék majdnem megcsúszik (megcsúszási határeset). A megcsúszási határesethez tartozik a vészfékezésnél fellépő (maximális)  $a_{vf}$  lassulás. Az  $a_{vf}$  lassulást az első kerekeknél fellépő támasztóerők tangenciális koordinátája okozza (9. ábra). Megcsúszási határesetben ez a normál erőkoordinátából számítható. Az  $\vec{F}_E$  erő az első két kerékre, az  $\vec{F}_H$  erő a hátsó két kerékre ható erők eredője.



9. ábra. Támasztóerők a vészfékezési határesetben

A vészfékezési gyorsulás az impulzus- és a perdülettel alkalmazásával határozható meg:

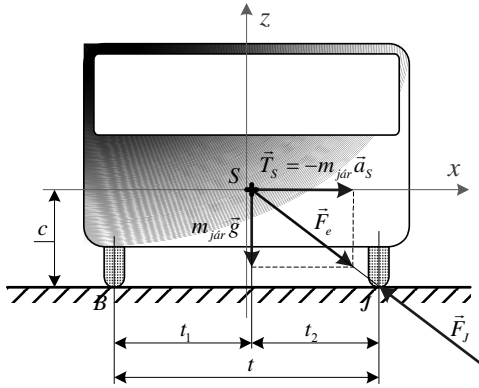
$$a_{Svf} = \frac{F_{Et}}{m_{jár}} = -\mu_0 \frac{F_{En}}{m_{jár}} = -\frac{\mu_0 b}{(a+b-c\mu_0)} g \quad (1)$$

3. alapterhelés

A kanyarodásnál az autó felborulása, illetve a kerekek oldal irányú megcsúszása következhet be, mint szélsőséges veszélyes helyzet.

### 3.a) Felborulási határeset

A versenyautó súlypontja nem a  $t$  nyomtáv felénél van, hanem attól egy kicsit jobbra (10. ábra). A felborulás szempontjából ezért a balra kanyarodás a veszélyesebb. Az  $\vec{F}_B$  erő a bal oldali két kerékre, az  $\vec{F}_J$  erő a jobb oldali két kerékre ható erők eredője. A balra kanyarodáskor történő felborulási határesetben a bal oldali kerekeknél nem lép fel támasztóerő:  $\vec{F}_B = \vec{0}$ .



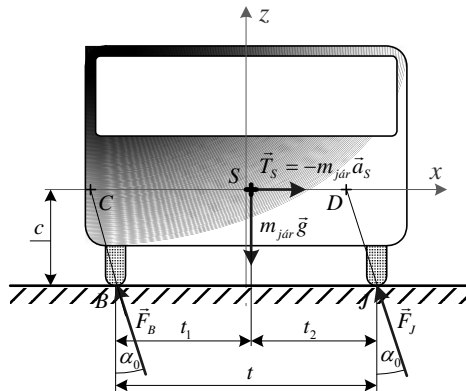
10. ábra. Támasztóerők felborulási határesetben

A felborulási határesethez tartozó gyorsulás szintén az impulzus- és perdülettétel alkalmazásával határozható meg:

$$a_{Sk} = \frac{t_2}{c} g \quad (2)$$

### 3.b) Kicsúszási határeset

A kicsúszási határesetben azt tételezzük fel, hogy mind a négy kerék megcsúszik keresztirányban.



11. ábra. Támasztóerők kicsúszási határesetben

Ehhez a határesethez tartozó gyorsulás:

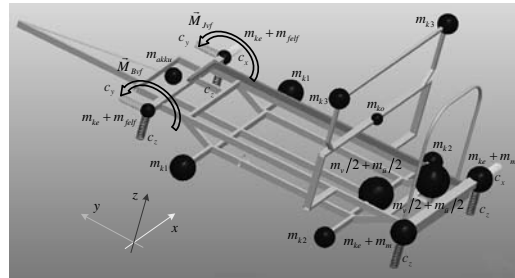
$$a_{Sk} = -\mu_0 g \quad (3)$$

### 4. alapterhelés

Vészfékezésnél az első kerekek megcsúszási határhelyzetével számolunk. Ekkor az első kerekeknél fellépő  $\vec{F}_E$  támasztóerő  $F_{Et}$  tangenciális

koordinátájából még az első hídra egy  $x$  irányú (4. ábra) vészfékezési nyomték is származik ( $d_g$  a kerék átmérője):

$$M_{vf,x} = \frac{d_g}{2} F_{Et} = -\frac{\mu_0 b d_g}{2(a+b-c\mu_0)} m_{jár} g \quad (4)$$

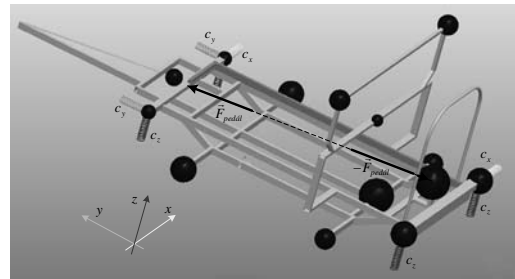


12. ábra. A fékezési nyomték

### 5. alapterhelés

A vezető vészfékezésnél lábbal nyomja a fékpedált és háttal a vezetőülésnek támaszkodik. Ezt a terhelést némileg leegyszerűsítve a fékpedálnál és az ülésnél ható egy-egy azonos hatásvonalon ható, ellentétes irányú  $F_{pedál}$  erővel vettük figyelembe. Az erő nagyságát mérésel határoztuk meg:  $F_{pedál} = 500$  N. Az erő iránynyegyzvektora:

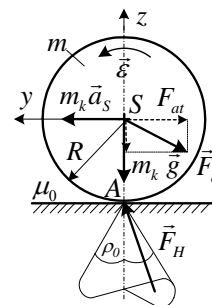
$$\vec{e}_{pedál} = 0,0567\vec{e}_x + 0,9929\vec{e}_y - 0,1037\vec{e}_z \quad (5)$$



13. ábra. A vészfékezésénél fellépő erő

### 6. alapterhelés

A hátsó kerékpár lassításából származó erőt a kerék dinamikai vizsgálatából határozzuk meg. Az alváztól (tengelyről)  $\vec{F}_a$  erő adódik át a kerékre (14. ábra). A kerékről  $-\vec{F}_a$  adódik át a tengelyre.



14. ábra. A vészfékezésnél a hátsó kerékre ható erők

Az  $\vec{F}_a = F_{at}\vec{e}_y + F_{an}\vec{e}_z$  erő tangenciális koordinátájának haladó mozgási része impulzus tételből határozható meg:

$$m_k a_{svf} = F_{at}^* \Rightarrow F_{at}^* = m_k a_{svf}$$

A teljes  $\vec{F}_a$  erő tangenciális koordinátája az A ponton átmenő, mozgás síkjára merőleges tengelyre felírt perdület-tételből számítható:

$$J_a \varepsilon = -R F_{at}^{**} \Rightarrow \frac{3}{2} m_k R^2 \left( -\frac{a_{svf}}{R} \right) = -R F_{at}^{**},$$

$$F_{at}^{**} = \frac{3}{2} m_k a_{svf}.$$

Mivel a haladó mozgásból származó hatást már a fékezési tehetetlenségi terhelésnél figyelembe vettük, ezért a forgás lassításához szükséges erő:

$$F_{at} = F_{at}^{**} - F_{at}^* = \frac{1}{2} m_k a_{svf} \quad (6)$$

### 7. alapterhelés

A kanyarodásnál a kerekekről átadódó nyomatékok a kerekekre ható keresztirányú erőkből származnak. A nyomatékokat a 3b. alapterheléssel összhangban a kanyarodásnál fellépő kicsúszási határhelyzetnél fellépő erőkből számítjuk.

A kicsúszási határhelyzetben a támasztóerők:

$$\vec{F}_B = F_{Bt}\vec{e}_x + F_{Bn}\vec{e}_z = -\mu_0 F_{Bn}\vec{e}_x + F_{Bn}\vec{e}_z,$$

$$\vec{F}_J = F_{Jt}\vec{e}_x + F_{Jn}\vec{e}_z = -\mu_0 F_{Jn}\vec{e}_x + F_{Jn}\vec{e}_z.$$

A kicsúszási határhelyzetben a nyomatékok:

$$\vec{M}_B = M_{By}\vec{e}_y = -F_{Bt} \frac{d_g}{2} \vec{e}_y = \mu_0 F_{Bn} \frac{d_g}{2} \vec{e}_y,$$

$$\vec{M}_J = M_{Jy}\vec{e}_y = -F_{Jt} \frac{d_g}{2} \vec{e}_y = \mu_0 F_{Jn} \frac{d_g}{2} \vec{e}_y.$$

Ezek a nyomatékok a két baloldali és a két jobboldali tengelyvéget együttesen, de nem azonos mértékben terhelik. Ezeket még el kell osztani az első és a hátsó kerekek között. Az elosztás a 9. ábra A és B pontján átmenő és a 11. ábra C és D pontján átmenő, az ábra síkjára merőleges tengelyekre felírt perdülettel alapján végezhető el.

A bal első kerékre ható nyomaték:

$$M_{BEy} = \mu_0 F_{BEt} \frac{d_g}{2} = \mu_0 \frac{d_g}{2} \frac{b}{a+b} \frac{t_2 - \mu_0 c}{t} m_{jár} g. \quad (7.a)$$

A bal hátsó kerékre ható nyomaték:

$$M_{BHy} = \mu_0 F_{BHt} \frac{d_g}{2} = \mu_0 \frac{d_g}{2} \frac{a}{a+b} \frac{t_2 - \mu_0 c}{t} m_{jár} g. \quad (7.b)$$

A jobb első kerékre ható nyomaték:

$$M_{JEy} = \mu_0 F_{JEt} \frac{d_g}{2} = \mu_0 \frac{d_g}{2} \frac{b}{a+b} \frac{\mu_0 c + t_1}{t} m_{jár} g. \quad (7.c)$$

A jobb hátsó kerékre ható nyomaték:

$$M_{JHy} = \mu_0 F_{JHt} \frac{d_g}{2} = \mu_0 \frac{d_g}{2} \frac{a}{a+b} \frac{\mu_0 c + t_1}{t} m_{jár} g. \quad (7.d)$$

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikk egy versenyautó alváz végeelem analízisének azokat az első lépéseit mutatja be, amelyek döntő hatással vannak az eredmények használhatóságára: három lehetséges végeelem modellt, amelyek sorozata a geometriai modellezésben és az anyagi modellezésben is egyre kevesebb egyszerűsítést, elhanyagolást tartalmaz, illetve a vizsgálatokhoz szükséges kritikus terhelések meghatározását.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Kutatásainkat és e publikáció megjelenését a „TAMOP-4.2.1/B-09/1/KONV-2010-0003: Mobilitás és környezet: Járműipari, energetikai és környezeti kutatások a Közép- és Nyugat-Dunántúli Régióban” projekt támogatása tette lehetővé. A projekt a Magyar Állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

## 6. IRODALOM

- [1.] M CSIZMADIA B., NÁNDORI E.: Modellalkotás, Mechanika mérnököknek, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2003.
- [2.] L.P. KOLLÁR, G.S. SPRINGER: Mechanics of composite structures, Cambridge University Press, 2003
- [3.] H. ALTENBACH, J. ALTENBACH, R. RIKARDS: Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke, Deutschen Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart, 1996.
- [4.] KIRÁLY B.: Dinamika – Miskolci Egyetemi Kiadó, 1992.
- [5.] BOJTÁR G., ACZÉL Á., FEHÉR L., KERESZTES D.: Versenyautó alváz térbeli rúdmodelljének végeselmes analízise. Géptervezők és Termékfejlesztők XXVII. Szemináriuma, Miskolc, 2011. november 10-11.