

# ÚJ ELJÁRÁS RÁCSOS TARTÓK TOPOLOGIAI OPTIMÁLÁSÁRA

## NEW METHOD FOR TOPOLOGY OPTIMIZATION OF TRUSS STRUCTURES

Daróczy László\*, dr. Jármái Károly\*\*

### ABSTRACT

*On the field of topology optimization two of the most well-known methods are the ESO/BESO method working with discrete values [1], [2], and the SIMP working with intermediate values, [5], [6]. This article will present a new evolutionary method based on fluid-like behavior. It will be shown mathematically that this method is the generalization of ESO/BESO method. The article will present the basic idea, the optimization algorithm, and finally compare the result of a cantilever-optimization with the result of the previous methods.*

### 1. BEVEZETÉS

Az alábbiakban a jól ismert, klasszikus optimalási problémán - a külső potenciális energia („compliance”) minimálásán - keresztül kerül ismertetésre az új módszer, ahol az alábbi módon fogalmazható meg a probléma:

$$C(x) = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \rightarrow \min, \quad (1)$$

úgy, hogy:

$$\sum_{i=1}^N V_i x_i - V_0 f = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (3)$$

$$0 \leq x_{\min} \leq x_i \leq 1, \quad (4)$$

ahol  $\mathbf{K}$  a globális merevségi mátrix,  $\mathbf{f}$  a szerkezet globális terhelési vektora,  $\mathbf{u}$  az elmozdulás-vektor,  $C(x)$  a külső potenciális energia,  $N$  az elemek száma,  $x_i$  az  $i$ . elem sűrűsége,  $x_{\min}$  az elemek minimális sűrűsége,  $V_i$  az  $i$ . elem térfogata,  $V_0$  a teljes tervezési tartomány térfogata, és  $f$  az elérni kívánt térfogatszázalék.

Az egyes elemek merevségi mátrixának számítása során felhasználjuk a SIMP (szilárd izotróp anyag

büntetéssel) interpolációs sémát, ahol az egyes elemek Young-féle rugalmassági modulusát az alábbi összefüggés szerint büntetjük, [4]:

$$E(x_i) = E_0 x_i^p, \quad (5)$$

ahol  $E_0$  a tömör anyag rugalmassági modulusa, míg  $p$  a büntetőparaméter. Ezek alapján definiálható (egyen-  
térfogató véges elemekből álló háló esetén) az egyes elemek érzékenysége, mely a célfüggvény optimalizált változók szerinti deriváltjaként fejezhető ki, a BESO megfogalmazásnál alkalmazott formát tekintve, [3]:

$$\alpha_i = \frac{x_{\min}^{p-1}}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i^0 \mathbf{u}_i, \quad (6)$$

amely leegyszerűsítve nem más jelent, mint a teljes szerkezet „compliance” növekedését egyetlen (teljesen) tömör cella törlése esetén.

Amennyiben minimalizálni szeretnénk az alakváltozási energiát, akkor a legmagasabb érzékenységű elemeket kell megtartanunk (mert ezek törlése jelentősen növelné azt). A továbbiakban – véges elemes megfontolásokat követve – továbbra is az egyen-  
térfogató véges elemeket tartalmazó modellen kerül ismertetésre a megoldás, de az algoritmus jól alkalmazható tetszőleges háló esetén is, csupán – a BESO és SIMP módszerhez hasonlóan – ki kell egészíteni a (6) egyenletet az elemek térfogatával.

### 2. KVÁZI-STATIKUS KVÁZI FOLYADÉK ALAPÚ OPTIMÁLÁS

Az optimalás alapötlete az, hogy a folyadékok a stabil egyensúly állapotára törekednek, azaz igyekeznek a magasabb potenciális energiájú helyekről az alacsonyabbak felé áramlani, általában véve pedig kiegyenlíteni az energia-eloszlást. Amennyiben egy skalár mezőt akarunk minimalni, akkor a potenciális energiát egyszerűen a skalár mező értékére kell felvinnünk, így a folyadék át fog áramlani a skalármező magasabb értékű területeiről az alacsonyabb értékű területek felé.

Az alábbi definíciók segítségével írhatjuk fel a kvázi-folyadék viselkedését:

\* gépészmérnök MSc hallgató, Miskolci Egyetem

\*\* egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Anyagmozgatási és Logisztikai Tanszék

A szilárd test sűrűsége (optimált változó):

$$\rho_s = x. \quad (7)$$

A folyadék-közeg sűrűsége az optimálási lépés elején:

$$\rho_f = \rho_s = x, \quad (8)$$

így teljesülnie kell, hogy:

$$\rho_f \in [0, 1]. \quad (9)$$

Mivel a folyadék képes egyetlen lépésben nagyon nagy változásokat is indukálni – ami kerülendő a megfelelően sima átmenetek érdekében – ezért az optimálási lépés végén bevezetünk egy sűrűség-tompítási sémát, ahol

$$x = \rho_s^{\text{new}} = H_D \rho_s^{\text{old}} + (1 - H_D) \rho_f, \quad (10)$$

azaz az új sűrűség megegyezik a régi és új számított sűrűség súlyozott átlagával, ahol  $H_D$  a sűrűség-tompítási tényező.

**Megjegyzés:** Bár azzal, hogy átlagoljuk az új megoldást – ami teljesít egy előírt térfogathányadot – egy korábbi – eltérő előírást teljesítővel – megoldással, látszólag hibát követünk el, azonban ez nem más, mint a térfogatszázaléokra vonatkozó előírás betartatásának lassítása.  $f=0,1$ -es előírt térfogathányad esetén is 20 iteráció esetén már nem fog különbséget eredményezni az algoritmus 2 000 000 véges-elem esetén sem. Bár a javasolt tompítási séma előnyös a konvergencia finomítására, de az algoritmus alkalmazásának nem elengedhetetlen feltétele.

A kvázistatikus elnevezés onnan ered, hogy bár egyértelmű megfeleltetést hoztunk létre a folyadék és a szerkezet szilárd anyagának sűrűsége között, ennek ellenére az optimálási lépés során feltételezzük, hogy a közeg sűrűségének változásának hatására a szerkezetben ébredő feszültségek változatlanok maradnak. Bár ez a megközelítés megkérdőjelezhető – és egy teljes, nem-statisztikus szimuláció alkalmazásának lehetősége továbbra is a kutatás céljai között szerepel – de a feltételezés révén jelentősen csökkenthető a szükséges számítások mennyisége.

**Szerkezeti nyomás:** A szerkezeti feszültségekből származó „nyomás” (nem azonos a szerkezetben ébredő feszültséggel). A célfüggvény értékével egyezik meg:

$$p_s = \alpha. \quad (11)$$

**Szerkezetből származó potenciális mező** -  $U(p_s)$ : A szerkezeti nyomásból eredő, folyadéokra is ható potenciális mező értéke. Ez a függvénykapcsolat határozza meg, hogy minimálunk vagy maximálunk.

$$U = U(p_s \equiv \alpha). \quad (12)$$

**Kvázi-folyadék állapotegyenlete** -  $p_f(\rho_f)$ : A folyadék nyomása és sűrűsége közötti kapcsolatot meghatározó függvény. A teljesen üres tartományok elkerülése érdekében meghatározott értékek közé kell esnie ( $x_{\min}$  és 1). Nem lehet negatív sem.

**Egyensúlyi állapotot leíró egyenlet:** A folyadék egyensúlyi állapotát leíró egyenlet. A kvázi-folyadék elnevezés onnan származik, hogy ez az összefüggés

nem igaz valós folyadékokra, de hasonlít az összenyomhatatlan közeget leíró egyenletre. Az egyenlet azt fejezi ki, hogy a folyadék nyomásából és a potenciális térből származó energia összege állandó (ld. 1. ábra).

$$\rho_f(p_f) + U(p_s) = \text{const}. \quad (13)$$

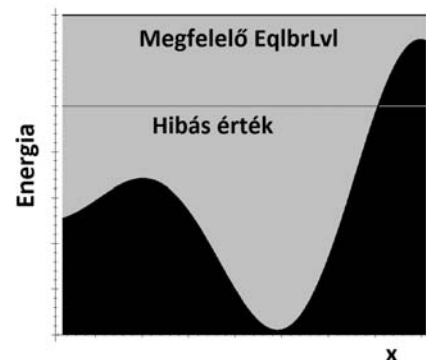
Mivel fenti képletben szereplő const. egy fontos paraméter lesz a továbbiakban, ezért a továbbiakban EqlbrLvl-ként fog szerepelni. Az előbbi egyenletet átrendezve

$$\rho_f = \rho_f^{-1}(EqlbrLvl - U(p_s \equiv \alpha)), \quad (14)$$

ahol  $\rho_f^{-1}$  az anyagtörvény. Így látható, hogy - a már korábban említett paraméter értéke mellett – a függvény csak az érzékenységtől függ, és egyetlen egyenlettel kifejezhető a függvénykapcsolat. Bár elsőre nem állapítható meg a fenti formából, de az optimálás legfontosabb lépése inentől nem a sűrűségek számítása lesz, hanem EqlbrLvl értékének megfelelő megválasztása úgy, hogy teljesítse a

(2)-ben megfogalmazott korlátot (ld. 1. ábra):

$$\int_{V_{\text{domain}}} \rho_f(\alpha) dV = V_0 \cdot f. \quad (15)$$



1. ábra. Megfelelő és hibás EqlbrLvl

Annak érdekében, hogy (4) korlát is teljesüljön, a nyomást egy módosított alakban vesszük fel:

$$\rho_f = x_{\min} + (1 - x_{\min}) \cdot \rho_f^s(\alpha), \quad (16)$$

ahol  $\rho_f^s$  a skálázott anyagtörvény, mely teljesíti, hogy

$$(F1) \quad 0 \leq \rho_f^s(\alpha) \leq 1, \quad (17)$$

bármely lehetséges  $\alpha$  esetére egy adott optimálási lépésben.

Tovább egyszerűsítve az összefüggést bevezetjük a dimenziótalanított érzékenységet:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}, \quad (18)$$

ahol  $\alpha_{\min}$  és  $\alpha_{\max}$  rendre a legkisebb és legnagyobb előforduló érzékenység egy optimálási lépésben, azaz

$$\rho_f = x_{\min} + (1 - x_{\min}) \cdot \rho_f^s(\bar{\alpha}), \quad (19)$$

Látható, hogy a (19) szerinti formában a skálázott dimenziótalan anyagtörvény értékészlete és értelmezési tartománya is a  $[0, 1]$  tartomány. Az ilyen

jellegű függvényeket a matematikában több területen fuzzy-függvényeknek nevezik. Az alábbiakban itt is ezt a jelölést fogjuk használni, mivel ez a függvény mutatja meg – fuzzy logikával -, hogy egy elem mennyire tömör.

### 3. MEGFELELŐ FÜGGVÉNYSEREG VÁLASZTÁSA

Annak érdekében, hogy a paraméteres függvénysereg jól kezelhető legyen, bevezetjük a POSS (Possible Optimization Fuzzy Functions), azaz a Lehetséges Optimálási Fuzzy Függvények halmazát, ami a korábbi EqlbrLvl helyett egy threshold (ami speciális esetben ugyanazt a célt fogja szolgálni, mint a BESO módszer hasonló elnevezésű paramétere) nevű paraméter függvény lesz. A függvénysereg az alábbi módon jelölhető:

$$\ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}), \quad (20)$$

Annak érdekében, hogy a megoldás mindig egyértelmű maradjon, ennek a függvényseregnek teljesítenie kell a következő feltételt:

$$(F2) \int_{V_{\text{domain}}} \ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}_1) dV = \int_{V_{\text{domain}}} \ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}_2) dV = V_0 \cdot f, \quad (21)$$

if and only if  $\text{threshold}_1 = \text{threshold}_2$  and  $0 < \text{threshold}_2 < 1$

Emellett optimálási megfontolások alapján teljesülnie kell az alábbi feltételeknek is:

$$(F3) \ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}=0) = 0, \quad (22)$$

$$(F4) \ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}=1) = 1, \quad (23)$$

$$(F5) 0 \leq \frac{d\ddot{p}_f^s}{d\bar{\alpha}}(\bar{\alpha}=0) \leq 1, \quad (24)$$

$$(F6) 0 \leq \frac{d\ddot{p}_f^s}{d\bar{\alpha}}(\bar{\alpha}=1) \leq 1, \quad (25)$$

$$(F7) \ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}_1) > \ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}_2) \text{ if and only if } \bar{\alpha}_1 > \bar{\alpha}_2, \quad (26)$$

Végül annak érdekében, hogy megfelelően szabályozható legyen az eljárás, bevezetésre kerül a CPOFF (Controllable Possible Optimization Fuzzy Functions), azaz a Vezérelhető Lehetséges Optimálási Fuzzy Függvények halmaza, mely kiegészül a threshold mellett egy további  $\beta$  paraméterrel, mely a függvény meredekségét fogja meghatározni threshold környezetében. A CPOFF függvényseregnek a korábban megfogalmazott (F1), (F2), (F3), (F4), (F5), (F6), (F7) feltételek mellett teljesítenie kell

$$(F8) \frac{d\ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}_1, \beta_1)}{d\bar{\alpha}} > \frac{d\ddot{p}_f^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}_1, \beta_2)}{d\bar{\alpha}}, \quad (27)$$

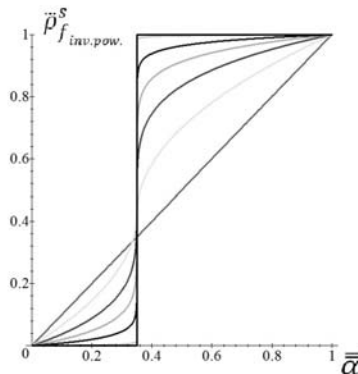
if and only if  $\beta_1 > \beta_2$

a megoldás egyértelműségének érdekében.

### 4. JAVASOLT CPOFF FÜGGVÉNYEK

A korábban megfogalmazott (F1-8) feltételek mellett további alfeltételeket is meghatározhatunk, amelynek segítségével különböző tulajdonságú, más-más célra alkalmas függvényhalmazokat származtathatunk. Egy javasolt CPOFF függvény - az extra matematikai feltételek ismertetése nélkül - a 2. ábrán látható különböző  $\beta$  értékekre.

A későbbi mintapéldáknál a 2. ábrán szemléltetett inv.pow. rövidítéssel jelölt CPOFF függvény, a lineáris szakaszokból összetevődő pcw.lin., illetve a csak 0 és 1 diszkrét értékészletű dis. CPOFF függvények kerülnek alkalmazásra.



2. ábra. Javasolt CPOFF függvény (inv.pow.)  
threshold=0,35;  $\beta=1,2,4,8,20,200,10000$

A teljesség igénye nélkül belátható, hogy

$$\begin{aligned} \lim_{\beta \rightarrow \infty} \left( \ddot{p}_{f, \text{inv. pow.}}^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}, \beta) \right) &= \\ &= \lim_{\beta \rightarrow \infty} \left( \ddot{p}_{f, \text{pcw. lin.}}^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}, \beta) \right) = ' \quad (28) \\ &= \ddot{p}_{f, \text{dis.}}^s(\bar{\alpha}, \text{threshold}) \end{aligned}$$

Azaz az új modell határesetben a diszkrét értékekkel dolgozó BESO eljárást adja vissza, így a BESO eljárás az új eljárás egy határesetének tekinthető.

### 5. AZ ALGORITMUS MENETE

Az algoritmus teljes menete az alábbiak szerint foglалható össze:

0a. lépés: Probléma meghatározása (terhelések, megfogások, térfogathányad).

0b. lépés: Véges-elemes modell legelső megoldása.

1. lépés: Elemek érzékenységének számítása (6) egyenlet alapján.

2. lépés: Hálófüggetlenségi szűrő alkalmazása. [3],[5], [7], [8]:

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^K w(r_{ij}) \alpha_j^c}{\sum_{j=1}^K w(r_{ij})}, \quad (29)$$

ahol a súlyok

$$w(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, N), \quad (30)$$

ahol  $\alpha_j^c$  a számított érzékenységi számok,  $\alpha_i$  szűrt értékek,  $w(r_{ij})$  a súlyok a szűrés során,  $r_{ij}$  az  $i$ . és  $j$ . cella távolsága,  $r_{\min}$  a szűrő sugara. A súlyozást csak az  $i$ . elem körüli,  $r_{\min}$  sugarú tartományban kell elvégezni.

3. lépés: Érzékenységi számok tompítása az előzmények alapján. [3]

$$\alpha^{\text{new}} = H_s \alpha^{\text{old}} + (1 - H_s) \alpha^c, \quad (31)$$

ahol  $H_s$  a stabilizációs szűrő értéke.

4. lépés: „threshold” paraméter meghatározása (pl. intervallumfelezési eljárással) – QSQF ciklus.

5. lépés: Új sűrűségek számítása – optimált változó értékeinek frissítése.

6. lépés: Sűrűség tompítási séma alkalmazása (vagy az össz-sűrűség növekedés korlátozásán alapuló  $AR_{\max}$  értékét felhasználó eljárás alkalmazása 4-5-6. lépés helyett).

7. lépés: Véges-elemes feladat megoldása ((3) egyenlet).

8. lépés: A térfogathányadra vonatkozó előírás fokozatos közelítése.

$$V^{k+1} = \max(V_{\min}, V^k (1 - ER/100)), \quad (32)$$

ahol  $V_{\min} = f \cdot V_0$  az elérni kívánt térfogathányad,  $ER$  az evolúciós ráta.

9. lépés: Ha még nem értünk el konvergenciát, ugrás az 1. lépéshez.

10. lépés: Ha még nem értünk el konvergenciát,  $\beta$  növelése, majd ugrás az 1. lépéshez.

11. lépés: Végleges megoldás elérése. (28) alapján könnyen belátható, hogy az algoritmus határesetben a BESO-t adja vissza.

## 6. RÁCSOS TARTÓ TERVEZÉSE

Az alábbiakban bemutatásra kerül a korábbi eljárások – SIMP és BESO – eredményeinek összehasonlítása az új eljárás által szolgáltatott eredményekkel néhány klasszikus, rácsos tartó optimalizációs feladatán keresztül.

A véges-elem modell prekondicionált konjugált gradiens módszerrel került megoldásra minden esetben, az előírt reziduális hiba  $10^{-6}$ - $10^{-10}$  között került meghatározásra feladattól függően. Az eredmények egy hajlított tartó (2/3D) mintáján keresztül (sikeresen) összehasonlításra is kerültek az ADINA R&D Inc. ADINA® nevű véges-elemes szoftverével is.

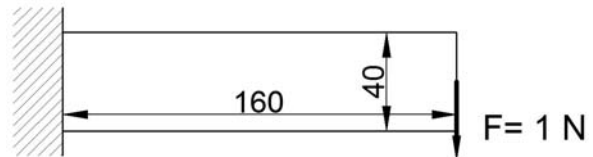
A megoldás keresése során – a biztos konvergencia érdekében – minden esetben 200 iteráció lett lefuttatva. A zárójelben szereplő érték pedig azt jelenti, hogy az

optimált változó mikor ért (és maradt végleg) a legutolsó eredmény  $\pm 1\%$ -os környezetében.

### 6.1 Egyik végén befalazott, másik végén hajlított rácsos tartó

Mivel a lineáris rugalmasságtan keretein belül – ahol dolgozunk – a kialakuló szerkezet független a Young-féle rugalmassági modulustól, ezért a szakirodalomban – a könnyű összehasonlíthatóság érdekében gyakran alkalmaznak kis szilárdságú, de kerek számokkal kifejezhető szilárdságú anyagokat és terheléseket. Ennek megfelelően itt is  $E=1$  MPa,  $\nu=0.3$  anyagú, 160 mm x 400 mm méretű, 160x40 véges-elem hálózattal diskretizált hálót alkalmazunk, a terhelés pedig  $F = -1$  N, az előírt térfogathányad pedig  $V_0=0.5$ , végül  $x_{\min}=0.001$ ,  $r_{\min}=3,0$  mm. A SIMP és soft-kill BESO esetén számított értékek megegyeznek [3]-ban szereplő értékekkel. A feladat, illetve az egyes eredmények a 3-4-5-6-7-8. ábrákon találhatóak meg. Érdemes megfigyelni, hogy – ha bár csak kis mértékben, 0,55%-kal – de az új optimalizációs eljárás egy esetben egy eltérő topológiájú, de alacsonyabb „compliance”-t képviselő megoldást adott vissza, ráadásul kisebb iterációszámmal, ami pozitív kilátásokat támaszt az algoritmus hasznosságát illetően.

**Megjegyzés:** A SIMP esetében az átmeneti sűrűségeket is tartalmazó megoldás miatt magasabb jelentősen az optimált érték.



3. ábra. 2D konzolos tartó problémája



4. ábra. SIMP megoldása (201,2 Nmm; 200(32))



5. ábra. BESO megoldása (181,4 Nmm; 200(33))



6. ábra. QSQF megoldása (181,3 Nmm; 200(31),  $pcw.$ ),  $V_0=0,55$ ;  $ER=1,5\%$ ;  $H_s=0,5$ ;  $H_d=0,5$  (it. <30);  $\beta=4,6,8\dots$



7. ábra. QSQF megoldása (182 Nmm; 200(52), pcw.)  
 $V_0=0,55$ ;  $ER=1,5\%$ ;  $H_s=0,5$ ;  $H_d=0,5$  (it.<30);  
 $\beta=4,5,6\dots$

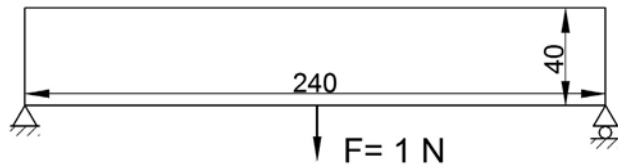


8. ábra. QSQF megoldása (184 Nmm; 200(52),  
 inv.pow),  $V_0=0,7$ ;  $ER=1,5\%$ ;  $H_s=0,5$ ;  $H_d=0,4$  (it.<40);  
 $\beta=4,5,6\dots$

## 6.2 Hídszerkezet optimalizálása

Itt  $E=200$  GPa,  $\nu=0.3$  anyagú, 240 mm x 40 mm méretű, 240x40 véges-elem hálóval diszkrétizált mezőt alkalmazunk, amin a terhelés  $F= -100$  N, az előírt térfogathányad pedig  $V_0=0,5$ , végül  $x_{\min}=0,001$ ,  $r_{\min}=6,0$  mm. A soft-kill BESO esetén számított értékek nagyon közel állnak a [3]-ban szereplő értékekhez.

A feladat, illetve az egyes eredmények a 12-13-14-15-16. ábrákon találhatóak meg. Mivel az új algoritmus a BESO és SIMP eljárással megegyező topológiát eredményezett, így azok külön ábrával nem kerültek ismertetésre.



9. ábra. Hídszerkezet problémája



10. ábra. SIMP megoldása (2,551 Nmm; 200(30))  
 $r_{\min}=3,0$  mm



11. ábra. BESO megoldása (2,365 Nmm; 200(37))

$ER=5\%$ ;  $AR_{\max}=5\%$

QSQF megoldása (2,41 Nmm; 200(93), pcw.)

$V_0=0,7$ ;  $ER=5\%$ ;  $H_s=0,5$ ;  $H_d=0,2$  (it.<30);  $\beta=5,6\dots$

QSQF megoldása (2,38 Nmm; 200(79), inv.pow)

$V_0=0,7$ ;  $ER=5\%$ ;  $H_s=0,5$ ;  $H_d=0,4$  (it.<40);  $\beta=3,5,7\dots$

Érdemes megfigyelni, hogy az új eljárás a korábbiakhoz hasonló topológiát javasolt, de azoknál 1,19 ill. 0,6%-kal magasabb értékkel, és magas iterációszámokkal. Ennek ellenére ez nem az algoritmus hibájának tekinthető, mint inkább a megfelelő tapasztalat hiányának a paraméterek megválasztásánál (hiszen a határesetben az algoritmus a soft-kill BESO-t adja vissza).

## 6.3 3D konzolos tartó

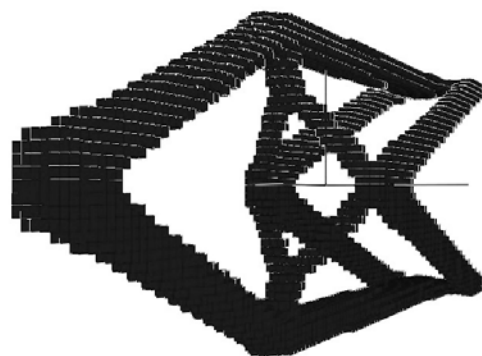
Ebben az esetben  $E=10$  GPa,  $\nu=0.3$  anyagú, 100 mm x 20 mm x 40 mm méretű, 100x20x40 véges-elem hálóval diszkrétizált mezőt alkalmazunk, ahol a terhelés  $F= -1000$  N, az előírt térfogathányad pedig  $V_0=0,1$ , végül  $r_{\min}=3,0$  mm. Az előző két esettel ellentétben itt a megoldás gyorsítása érdekében  $x_{\min}=0,0025$  érték került alkalmazásra.

A feladat, illetve az egyes eredmények a 12-13-14-15-16. ábrákon találhatóak meg.

Érdemes megfigyelni, hogy az új eljárás – a 2D-hez hasonlóan – itt is tudott alternatív, emellett 1,2%-kal jobb topológiát javasolni. Annak érdekében, hogy a BESO esetében is bemutatásra kerüljön az eredmények paramétereiktől való függése, itt két különbözően paraméterezett, BESO eljárással nyert megoldás is bemutatásra került.

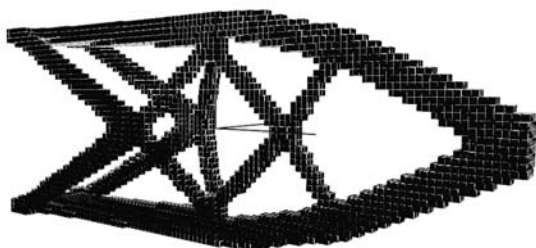


12. ábra. 3D konzolos tartó problémája

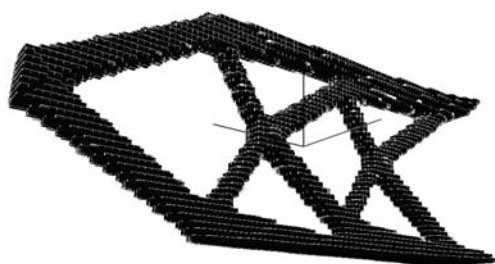


13. ábra. BESO megoldása (1272 Nmm; 200(90))  
 $ER=2,5\%$ ;  $AR_{\max}=10,0\%$

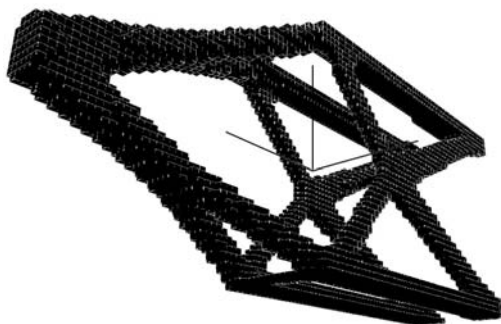
A BESO megoldása (ld. 13. ábra) topológiailag megegyezik, és méreteiben is hasonló volt a SIMP eredményeihez eredményéhez, bár az eltérő modell miatt utóbbi magas „compliance” értéket szolgáltatott (2089,6 Nmm; 200(160)).



14. ábra. BESO megoldása (1303 Nmm; 200(168))  
ER=3,0%; AR<sub>max</sub>=50,0%



15. ábra. QSQF megoldása (1255 Nmm; 200(144);  
pcw.)  
V<sub>0</sub>=0,3; ER=3,0%; β=4,5,...; H<sub>s</sub>=0,5, H<sub>d</sub>=0,5 (it.<140)



16. ábra. QSQF megoldása (1417 Nmm; 200; inv. pow.)  
ER=2,5%; H<sub>s</sub>=0,55, H<sub>d</sub>=0,55 (it.<60)

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikkben bemutatásra került eljárás – a bemutatott eredmények alapján – egy ígéretes, evolúciós alapon megvalósuló topológiai optimálós eljárás. Az új eljárás határesetben nem csak egy régi módszert ad vissza (BESO), de rendkívüli rugalmasságának hála nagy lehetőségek rejlenek benne. Bár még sok fejlesztés és tesztelés szükséges az algoritmus jobb megismeréséhez, de már a jelenlegi formájában is hatékonyan alkalmazható.

## 8. SUMMARY

*The method in the current article is, according to the presented results, a promising evolutionary topology optimization method. The new method does not only include a previous, well-tested method (BESO), but due to its great flexibility hides big possibilities within as well. Although extensive testing and development is still required, but the algorithm can be already used in its current form.*

## 9. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg, valamint az Országos Tudományos Kutatási Alap OTKA T 75678 támogatásával.

## 10. IRODALOM

- [1] ZHOU, M., ROZVANY, G. I., N.: On the validity of ESO type methods in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Volume 21, Number 1, 80-83, 2001.
- [2] QUERIN, O.M., STEVEN G.P., XIE, Y. M.: Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm. *Engineering Computations*, Volume 15, Number 8, 1031-1048. 1998.
- [3] HUANG, X., XIE, Y. M.: *Evolutionary Topology Optimization of continuum Structures – Methods and Applications*. Wiley, 2010.
- [4] ZHOU, M., ROZVANY, G.I.N.: The COC algorithm, part II: Topological, geometry and generalized shape optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 89, Issues 1-3, 309-336, August 1991.
- [5] SIGMUND, O.: A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Volume 21, Number 2, 120-127. 2001
- [6] BENDSHOE, M. P., SIGMUND, O.: *Topology Optimization – Theory, Methods and Applications*. Springer, 1995.
- [7] SIGMUND, O., PETERSSON, J.: Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh independencies, and local minima. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Volume 16, Number 1, 68-75. 1998.
- [8] HUANG, X., XIE, Y.M.: Convergent and mesh independent solutions for bi-directional evolutionary structural optimization method. *Finite Elements in Analysis and Design*, Volume 43, Number 14, 1039-1049. 2007.