# FÖLDTANI KÖZLÖNY

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ GÉOLOGIQUE DE HONGRIE
BULLETIN OF THE HUNGARIAN GEOLOGICAL SOCIETY
БЮЛЕТЕНЬ ВЕНГЕРСКОГО ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА
GEOLOGISCHE MITTEILUNGEN

LXXVII. 1947.



## ÚJABB ADATOK A CSAPÁS-DŐLÉS FELADATAIHOZ.

Írta: DR. KÁPOSZTÁS PÁL.

*Összefoglalás:* Szerző az eddig ismert ú. n. Höfer-féle képlet helyett a telep és sík metszővonalára vonatkozólag a

$$tg\,P = tg\,\delta\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

új összefüggést vezeti le, mely a metsző sík legáltalánosabb fekvése mellett is lehetővé teszi a metszésvonal helyzetének egyszerű számítással való meghatározását.

*Summary:* The auther deduces instead of the up to now known Höfer-formula the knew connection referring to the sector-line of terain and plane

$$tg\,P = tg\,\delta\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

which makes the most general situation of the sector plane beside the definition of the sector-line by the way of a simple calculation feasible.

* * *

A földtan elméleti és gyakorlati művelése során igen gyakran előforduló föladat: földtani szelvény szerkesztése.

A szelvényben bizonyos vonalakat kell megszerkeszteni, melyek a térszínnek és az alatta fekvő rétegeknek, továbbá a szelvénysíknak metszővonalai. A földtani szelvény tehát síkok, illetve felületek metszővonalait ábrázolja a szelvény függőleges síkjában.

A szelvény síkja függőleges. Iránya lehet a rétegösszlet csapására merőleges, vagy attól tetszés szerinti szögben eltérő.

A szelvény szerkesztéséhez, mért vagy számított adatok szükségesek. Ha a szelvény síkja merőleges a csapás irányára, úgy a szelvényben a közvetlenül megmért valódi dőlés adatait rajzoljuk be. Másirányú szelvénysík esetén a rétegnek a szelvénybe berajzolandó dőlésszögét a mért valódi dőlésszögből, a $\delta$-ból számítjuk ki az ismert *Höfer*-féle képlet alapján. (1. ábra.)

Ha a réteg dőlése $\delta$, a szelvény eltérése a csapástól $\alpha$, úgy a szelvény $P$ dőlésszöge:

$$tg\,P = tg\,\delta\,\sin\alpha$$

képletből, illetve az ennek alapján készült táblázatból vagy nomogrammból állapítható meg.

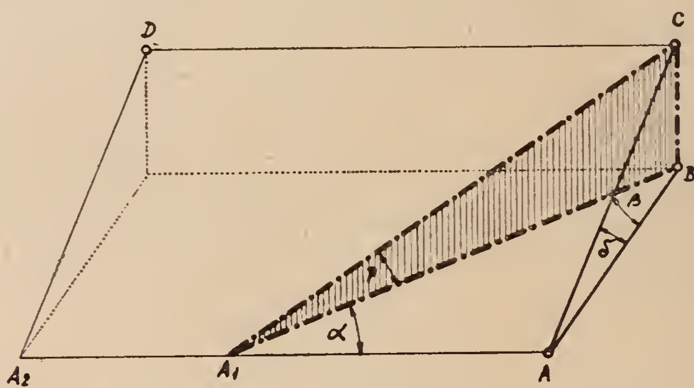
Ez a *Höfer*-féle képlet tehát a természetben lemért adatokból $\delta$ és $\alpha$ szolgáltat mondhatni elméleti értéket, mert a függőleges szelvény sík felvétele is elméleti.

A rétegeket metsző sík ugyanis a természetben sohasem jelentkezik függőlegesen 90°-os dőléssel, hanem inkább rézsüben és a kőzetek természetének megfelelően kisebb-nagyobb hajlásszöget mutat.

Így van ez út-, vasút- és csatorna-bevágásokban, tárók oldalfalain, de a völgyoldalakon is.

A rétegeknek dőlt síkokkal való metszése a leggyakrabban a vetőföladatokban fordul elő. Itt a metszősík a vető, mely csaknem kivétel nélkül 90°-nál kisebb dőlésű, tehát a ferde síkkal való metszés dőlésszögének leszármaztatása nagy gyakorlati jelentőségű.

A rézsük és tárók oldalfalai, a völgyek és vízmosások oldalai metszősíkok, melyek a rétegeket




1. ábra.

*a)* a csapásukra esetleg nem merőlegesen

*b)* és nem függőlegesen, de 90°-nál kisebb dőlésszög alatt metszik.

Kérdés, *milyen lesz dőlt síkok esetében a valódi dőlésszög elváltozása, illetve a dőlt síkon mért metszővonal dőlésszöge milyen összefüggésben áll a valódi dőlés-szögével?*

Szerkesztési feladatoknál, mint azt a HÖFER-képlet használata is mutatja, a valóságban mért dőlés- és csapásadatokból számítjuk a szelvény adatait.

Vetők ábrázolásánál, ha rajzsíkul a vető síkját választjuk, előállhat annak a szükségessége, hogy a telepet vagy réteget a vető síkjában adódó dőlésszöggel kell ábrázolni. Ebben az esetben a valódi dőlésből kell kiszámítani a rajz síkjába vetített dőlésszöget.

Azonban a fordított feladat is gyakran előfordulhat. Ha egy telep dőlt síkokkal, pl. út, vasút, bevágás rézsüjével vagy vízmosással van feltárva, úgy, hogy a valódi dőlésszög közvetlen pontos mérése nagy nehézségekbe ütközik, ebben az esetben a ferde lapon mérhető dőlésszögből kell a valódi dőlést kiszámítani.

HÖFER képlete a fenti feladatoknak csak egy csoportját tudja megoldani. Ez a képlet dőlt szelvény, illetve metszősík esetén már nem alkalmazható.

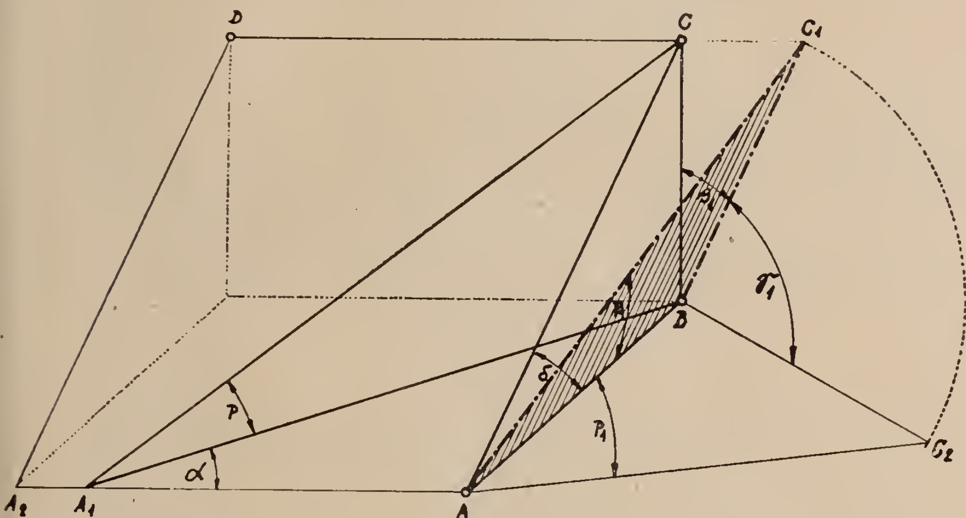
Feladatunk tehát egy olyan képlet levezetése, mely a legáltalánosabb helyzetű metsző sík esetén is összefüggéseket állapít meg a réteg és metsző sík térbeli helyzetét rögzítő adatok között.

## I.

*A metsző- vagy szelvénysík nem függőleges, nyomvonala azonban merőleges a réteg $A_2A_1A$ csapásvonalára.* 2. ábra.

Legyen az AD sík valódi dőlési háromszöge ABC, dőlésszöge $\delta$. Forgassuk le $\beta_1$ szöggel az $A_2A_1A$ csapásra merőleges ABC cíkot, az AB szintes befogó körül. A sík dőlésszöge akkor $\gamma_1$ lesz, $\beta_1 + \gamma_1 = 90°$.

Az $ABC_1$ ferdesíkban a telep metszővonala $AC_1$, dőlésszöge $P_1$ lesz. $P_1 > \delta$.




2. ábra.

Vizsgáljuk meg milyen összefüggés van a $\delta$, $P_1$ és a $\gamma_1$ között?

Forgassuk le az $ABC_1$ háromszöget az AB befogó körül a vízszintes síkba. Az így nyert $ABC_2$ derékszögű háromszögben

$$tg\,P_1 = \frac{BC_2}{AB}, \quad \text{míg} \quad tg\,\delta = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{tg\,P_1}{tg\,\delta} = \frac{\dfrac{BC_2}{AB}}{\dfrac{BC}{AB}} = \frac{BC_2}{BC} \quad \text{A } BCC_1 \text{ háromszögből } \frac{BC}{BC_1} = \cos\beta_1 = \sin\gamma_1$$

$$BC_2 = BC_1\,; \quad BC = BC_2 \sin\gamma_1 \qquad \frac{tg\,P_1}{tg\,\delta} = \frac{BC_2}{BC_2 \sin\gamma_1}$$

tehát:

$$\mathrm{tg}\,\delta = \mathrm{tg}\,\mathbf{P}_1 \sin\gamma_1$$

A csapásvonalra merőleges nyomvonalú, de $\gamma_1$ dőlésű síkon a réteg metszővonalának szöge a

$$tg\,P_1 = \frac{tg\,\delta}{\sin\gamma_1}$$

összefüggés alapján számítható.

A $\beta_1$ szöggel lehajlított és $\gamma_1$ dőlésű síkon jelentkező $P_1$ dőlésszöget tehát a valódi dőlésszögből $\frac{1}{\sin\gamma_1}$-el való szorzás útján számítjuk ki.

$$P_1 = \frac{\delta}{\sin\gamma_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a.)}$$

$P_1$ legkisebb értékét $\gamma_1 = 90°$-nál éri el, amikor is $P_1 = \delta$. A $\gamma_1$ dőlésszög csökkenésével $P_1$ a sinus érték változásának arányában nő.

## II.

Más a helyzet, *ha a metsző vagy szelvény sík függőleges, de nyomvonala nem merőleges a réteg csapására.* 1. ábra.

Ebben az esetben a keletkező $A_1CB$ dőlési háromszög leszármaztatása úgyis felfogható, mintha ez a valódi dőlésháromszögnek a függőleges BC befogó körül $\beta$ szöggel való elfordítása révén keletkezett volna.

Ha a telep dőlésszöge $\delta$, a telep és metszősík csapáskülönbsége $\alpha_1$ az áldőlés szöge P, úgy a fenti értékek között az összefüggést az ismert Höfer-képlet fejezi ki.

$$tg\,P = tg\,\delta \sin\alpha = tg\,\delta \cos\beta$$

## III.

*A metszősíknak legáltalánosabb helyzetében $A_1C_1B$ sík a réteg csapását hegyes szögben metszi $\alpha < 90°$ és a vízszintes síkhoz képest $\gamma_2 < 90°$-kal dől.* 3. ábra.

A telep metszővonalának az $A_1C_1$-nek a $\gamma_2$ dőlésű ferde $A_1C_1B$ síkon mért dőlésszöge legyen $P_2$, úgy

$$tg\,P_2 = \frac{BC_1}{A_1B} = \frac{BC_2}{A_1B}, \qquad tg\,\delta = \frac{BC}{AB}, \qquad \sin\alpha = \frac{AB}{A_1B}$$

$$\text{mivel } \frac{BC}{BC_1} = \cos\beta_2 = \frac{BC}{BC_2} = \sin\gamma_2, \quad \text{így}$$

$$tg\,P_2 = \frac{\dfrac{BC}{\sin\gamma_2}}{\dfrac{AB}{\sin\alpha}} = \frac{BC}{AB}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma_2} = tg\,\delta\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma_2}$$

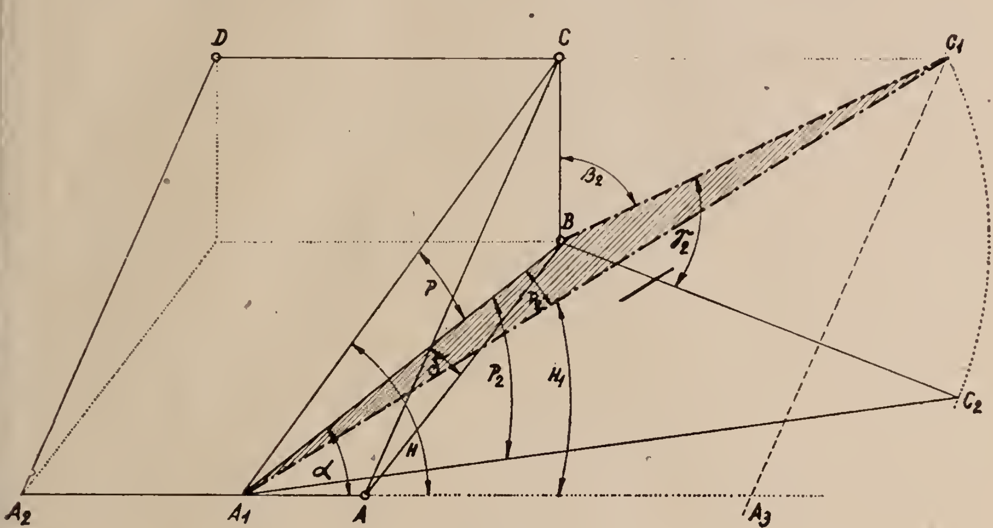
azaz a $\gamma_2$ dőlésű síkban mért metszővonal dőlésszöge a Höfer-féle képlettel szemben a

$$tg\,P_2 = tg\,\delta\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a.)}$$

új képlet alapján számítandó ki.

Azonos $\alpha$ és $\delta$ értékek mellett azt látjuk, hogy az $A_1C_1$ metszővonal dőlésszöge a $P_2$ annál nagyobb, minél kisebb a metszősík $\gamma_2$ dőlése. $\gamma_2 = 90°$ esetén $P_2 = P$ és ha ugyanekkor $\alpha = 90°$, úgy $P_2 = \delta$ lesz.

A fenti képlet alapján számíthatjuk ki a legegyszerűbben egy táróval harántolt telep valódi dőlésszögét, abban az igen gyakran előforduló esetben, amikor pl. a táró iránya a telepnek a talpon mért



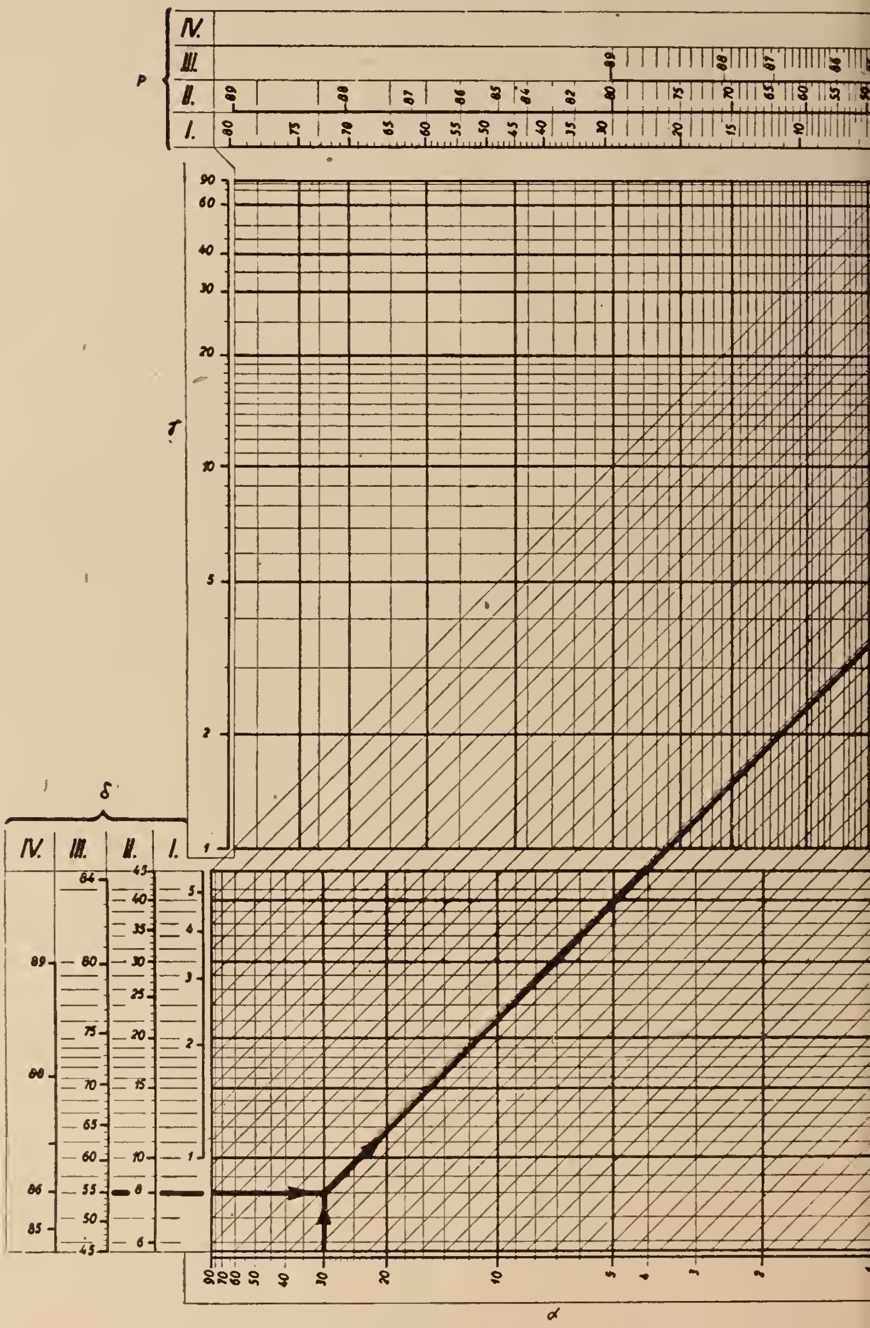

3. ábra.

csapásával $\alpha°$ szöget zár be és a táró $\gamma°$ dőlésű oldalfalán a réteg $P°$ dőlést mutat.

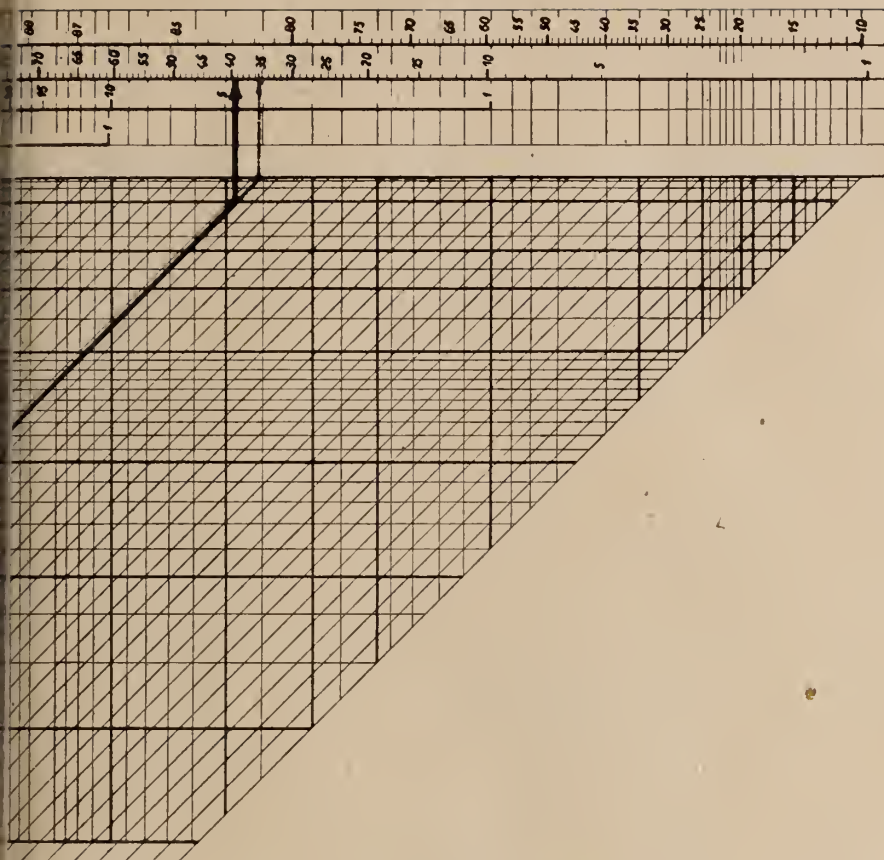
Ekkor tehát $$tg\,\delta = \frac{tg\,P \,.\, \sin\gamma}{\sin\alpha}$$

A telep és metszősík négy különböző jellegzetes alaphelyzete mellett a térbeli fekvést meghatározó szögek közötti összefüggést az alábbi táblázat tünteti fel:

| ábra szám | $\alpha°$ | $\gamma°$ | metszet | összefüggés $P$ és $\delta$ között |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 90 | 90 | $ABC$ | $P = \delta$ |
| 1 | 0—90 | 90 | $A_1BC$ | $\mathrm{tg}\,P = \mathrm{tg}\,\delta \sin\alpha$ |
| 2 | 90 | 0—90 | $ABC_1$ | $\mathrm{tg}\,P = \dfrac{\mathrm{tg}\,\delta}{\sin\gamma}$ |
| 3 | 0—90 | 0—90 | $A_1BC_1$ | $\mathrm{tg}\,P = \dfrac{\mathrm{tg}\,\delta \sin\alpha}{\sin\gamma}$ |




*Dr. Káposztás Pál:* Újabb adatok a csapás-dőlés feladataihoz.



## AZ ÁLTALÁNOS HELYZETŰ SZELVÉNYSIK ÁLDŐLÉSSZÖGÉNEK MEGHATÁROZÁSA.

a levezetett $tg\,P = tg\,\delta \dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$ képlet nomogrammja alapján.

**Példa:** $\delta = 55°$ $\alpha = 30°$ és $\gamma = 60°$; $P = ?$ ahol:

$P$ = a szelvényben mért dőlésszög
$\delta$ = a réteg dőlésszöge
$\alpha$ = a szelvény és a réteg csapása közti különbség
$\gamma$ = a szelvénysík dőlésszöge.

$\delta$ III. 55, $\alpha = 30$, $\gamma = 60$, $P = 39°\,30'$

**Használati utasítás:**

A léptékek összetartozó értékei a példa vastagon húzott vonalai szerint olvasandók. A $\delta$ és a $P$ léptékekből csak az azonos jelűek (I. II. III. IV.) használhatók együtt.

## IV.

Abban az esetben, ha az $A_1CB$ sík vetőt jelent úgy a H szög a vető és az $AA_2DC$ telep metszővonalának az $A_1C$-nek a telep $A_2A$ csapásvonalával bezárt és a telep síkjában mért ú. n. Haarmann-féle szöge. A vető-kiigazítási szabályok egyikénél ez utóbbi szög ismerete fontos.

*Vizsgáljuk most az összefüggést a metszővonal és a telep csapása között, azaz keressük a H és ferde metszősík esetén a $H_1$ szögek összefüggését a $\delta$, P és $\gamma$ dőlésszögekkel!* 3. ábra.

A merőleges metszősík (vető) esetén az $A_1C$ metszővonal és az $A_2A$ csapás közötti szög a telep síkjában mérve legyen H, úgy

$$\sin H = \frac{AC}{A_1C}, \quad \sin \delta = \frac{BC}{AC}, \quad \sin P = \frac{BC}{A_1C}$$

és így

$$\sin H = \frac{\dfrac{BC}{\sin \delta}}{\dfrac{BC}{\sin P}} = \frac{\sin P}{\sin \delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a.)}$$

$H_{max} = 90^\circ$ és ekkor $\delta = P$

Abban az esetben, ha $\gamma_2 < 90^\circ$ és a valóságban ilyen esetekkel állunk szemben, tehát általános helyzetű vetősík esetén az $A_1C_1$ metszővonalnak a telep csapásával bezárt szöge $H_1$ értékében a vető $\gamma_2$ dőlésszöge a következőkben jut kifejezésre:

$$A_3C_1 = CA, \qquad \sin H_1 = \frac{A_3C_1}{A_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1},$$

mivel

$$AC = \frac{BC}{\sin \delta}; \qquad A_1C_1 = \frac{BC_1}{\sin P_2}$$

azért

$$\sin H_1 = \frac{\dfrac{BC}{\sin \delta}}{\dfrac{BC_1}{\sin P_2}} = \frac{BC}{BC_2} \cdot \frac{\sin P_2}{\sin \delta},$$

de

$$\frac{BC}{BC_1} = \cos \beta_2 = \sin \gamma_2$$

és így

$$\sin H_1 = \frac{\sin P_2}{\sin \delta} \cdot \sin \gamma_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(b.)}$$

Általános fekvésű és $\gamma_2 = 0 \ldots 90^\circ$ közötti dölésszögű vető metszővonalának a telep csapásával bezárt szöge $H_1$ tehát a $\gamma_2$ dőlés sinusa szerint változik és $\gamma_2 = 90^\circ$-nál $H_{1max} = H$ értékét veszi fel. A $\gamma_2$ dőlésszög csökkenése egyre kisebb $H_1$ értéket eredményez.

## V.

A fenti képletekben szereplő P szögek értékét a metszősík legáltalánosabb helyzetére levezetett

$$tg\,P = tg\,\delta \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

összefüggés alapján a képletre szerkesztett momogrammból fogjuk a legegyszerűben megállapítani.

A nomogramm baloldalán négy függőleges oszlopban van feltüntetve a $\delta = 1^\circ$—$89^\circ$ közötti szögértékek tg-ének logaritmusa.Az alsó vízszintes vonalon felrakjuk a logaritmus sin $\alpha$-nak, e fölött pedig a sin $\gamma$-nak logaritmus értékeit. A nomogramm felső négy vízszintes vonalán a $\delta$ négy oszlopának megfelelően olvashatjuk le a P szögértékét.

Példa: Legyen a telep dőlésszöge $\delta = 55^\circ$, a szelvénysík és a réteg csapása közötti szög $\alpha = 36^\circ$, a szelvény dőlésszöge $\gamma = 60^\circ$, úgy a szelvénysíkban jelentkező P dőlésszöget a nomogrammból a következőképen olvashatjuk le.

A $\delta = 55^\circ$-nak megfelelő beosztást szintesen rávetítjük az $\alpha = 36$-os függőleges vonalra. Az ezen pontból kiinduló $45^\circ$-os vonal mentén addig haladunk, míg a $\gamma = 60^\circ$-nak megfelelő szintes vonalat nem keresztezzük. Az így nyert pontot felvetítjük a P értékeit feltüntető megfelelő szintes vonalra. Esetünkben a III. függőleges vonalon található $\delta$ értéknek megfelelően a keresett P értéke is a III. jelű szintes beosztáson lesz. Így találjuk, hogy $P = 39^\circ 30'$.

Abban az esetben, ha a szelvénysík függőleges, azaz a $\gamma = 90^\circ$, úgy az új képlet a Höfer-képlettel lesz azonos, vagyis $\mathrm{tg}\,P = \mathrm{tg}\,\delta \sin\alpha$.

A P értékeinek nomogrammon való felkeresése azonos a fentiekben ismertetett módszerrel, azzal az eltéréssel, hogy $\delta$ és $\alpha$ értékek keresztező pontjait a $45^\circ$-os vonal mentén a $\gamma = 90^\circ$-os szintes vonaláig visszük és itt előállott metszőpontot vetítjük fel függőlegesen a $\delta$-nak megfelelő szintes vonalra. Fenti példában $\gamma = 90^\circ$ esetében $P = 35^\circ 32'$.