

# Töredezett kőzettömbök nyomozása fraktál- geometriai elemekkel – egy szénhidrogén-rezervoár esettanulmánya

*Fractured block investigation for a hydrocarbon reservoir with elements  
from fractal geometry – A case study*

UNGER Zoltán<sup>1</sup>

(12 ábra, 2 táblázat)

*Tárgyszavak: repedezettség, töredezettség, fraktálgeometria, szénhidrogénkutatás*  
*Keywords: fractures, fractal geometry, hydrocarbon exploration*

## Abstract

---

Due to tectonic events both the rocks and package of rocks are folded, faulted and fractured. This fracture network presents an apparent a non-regular, chaotic shape and its description, investigation and mapping is the base of successful hydrocarbon exploration.

Up-to-date fracture investigations lack two major features:

- the fractures identified from cores cannot be extrapolated reservoir-wide;
- the resolutions of the tectonic maps based on seismic measurements are far above the fracture scales, so their network prediction is extremely uncertain, if not practically impossible.

The lack of these features can be bridged by the elements of fractal geometry, namely a modified Sierpinsky gasket. Using this gasket unfractured blocks of various sizes can be localised step-by-step. This means that the fractured zones of higher permeability can be delimited.

This method offers a link between the elements of tectonics to the core-size fractures. The fractals themselves mean that with the feature of being “fractured”, (moreover, given their self-similarity), this scaling transformation can be defined recurrently.

## Összefoglalás

---

A fraktál geometria elméletének felhasználásával új oldalról vált elemezhetővé a szénhidrogén tárolók repedezettsége. A szeizmikus mérések alapján szerkesztett tektonikai térkép és a fúrómagokon észlelt repedezettség közti kapcsolat nyomozható, az egyes geometriai idomok fraktállá történő alakításával. Az alkalmazott ún. „módosított Sierpinsky szűrő” segítségével megteremthető a kapcsolat a nagytektonikai lépték (a 3D-s szeizmikus térkép) és a fúrómagokon észlelt repedezett tömbök/térrészek között. A bemutatott módszer eredménye jó egyezést mutat az esettanulmány területén végzett szeizmikus koherencia vizsgálatának térképével, ami egyben a módszer használhatóságának is a bizonyítéka.

## Bevezetés

A szerkezeti mozgások eredményeként kialakult tektonikai kép jellegének megismerése, az eredményes szénhidrogén kutatás és a későbbi gazdaságos kitermelés kulcsa. Ennek a térben és időben többször változó igénybevételnek köszönhetően jön létre a kőzet repedezettsége. Ennek tulajdonítható a rezervoárok átteresztőképességének a növekedése.

<sup>1</sup>Magyar Állami Földtani Intézet, H-1143 Budapest, Stefánia út 14.

Számos repedezettség nyomozási eljárást próbáltak kidolgozni, több-kevesebb sikerrel. Egyes elméletek a fúrómagokból indulnak ki, míg mások a szeizmikus mérések értelmezése alapján valószínűsítik a repedezett szakaszokat. E becsléseknek két nagy hiányosságuk van:

- a kutatófúrásokkal felszínre került fúrómagokon észlelt repedezettségi tulajdonságok alapján nem lehet kellő biztonsággal előre jelezni a töredezettség mértékét a rezervoár teljes kiterjedésére;

- a szeizmikus mérések alapján készült tektonikai térképek felbontóképessége messze a repedezettség léptéke alatt van; e miatt a tárolók repedezettségének térbeli helyét megjósolni nagyon kockázatos, gyakorlatilag lehetetlen.

Jelen esettanulmány, a fraktálgeometria elméletének szénhidrogén kutatásban történő felhasználására tesz kísérletet egy valós, korábban a MOL Rt. Külföldi Kutatás Termelés Üzletág érdekeltiségébe tartozó kutatási területről. (A kutatási terület megnevezését szándékosan mellőzzük, hiszen üzleti érdekeket sérthet.) A módszer a repedezett szénhidrogén-rezervoár modellnek újfajta megközelítését célozza a fraktálgeometriai elemek felhasználásával, megkísérelve a fenti hiányosságok kiküszöbölését.

### Módszertan

A fraktálok töredezettségre vonatkozó földtani alkalmazását ACUNA & YORTSOS (1996) vetette fel. A szerzők egy repedezett termálvíz-tároló (Geysers-Kanada) modellezésével, illetve folyadékáramlásának modelljével foglalkoznak. Fraktálgeometriai elemek felhasználásával elméleti oldalról közelítették meg a hévíz-tároló potenciális töredezett tömbjeinek térbeli eloszlását. A módszer a geometriai idomok fraktállal történő alakításán alapul, különös tekintettel arra, hogy a fraktál jelentésében is hordozza a „törött, töredezett” jelleget, sőt, önhasonlóságában alkalmas arra, hogy e léptékbeli transzformációt rekurzív módon definiálja (VICSEK 1992).

A fraktálgeometria legegyszerűbb eleme a Cantor-halmaz (PEITEN et al. 1993), amely egy szakasz, sajátos, több lépcsős felosztásának eredménye. Harmadolva az említett szakaszt, a második lépésben elhagyjuk a középső részt. A harmadik lépésben a maradék két szakasz középső két harmadát hagyjuk el, és így tovább. A végtelen sok lépés után megmaradt pont-halmazt nevezik Cantor-halmaznak, amely a legegyszerűbb egy dimenziós fraktál (1. ábra).

Kétdimenziós megfelelőként, Sierpinsky alkalmazta a Cantor-halmazt és így született a róla elnevezett a szűrő (PEITEN et al. 1993). Ez egyszerűen előállítható, ha egy háromszög oldalait megfelezzük és a középvonal mentén kialakult négy háromszögből a középsőt elhagyjuk.

Az eredmény egy lyukas háromszög lesz. Megismételjük ezt a maradék három darab háromszöggel és létrejönnek a második generációs lyukacsos háromszögek. Tovább folytatva az eljárást, eredményként a 2. ábrán látható, egymásba ágyazott, lyukacsos háromszög együttes keletkezik. Ez az egyik, a háromszög alakú Sierpiensky-szűrő (VICSEK 1992).

Megismételhetjük ezt a felosztásos módszert egy 3 egységnyi oldalú (9 egység<sup>2</sup> területű) négyzettel is (3. ábra). A négyzet közepéből kivágunk egy egységnyi oldalú (egységnyi területű) négyzetet, amelyet elhagyunk. A maradék 8 azonos

területű kisnégyzet mindegyikénél hasonlóan járunk el, csak most már 8 db  $8/9$  egység<sup>2</sup> területű négyzetet vágunk ki. A maradék terület  $7,111$  egység<sup>2</sup>. Megismételve az eljárást az ismertett szabály szerint, az előbbi háromszöghöz hasonló szűrőt, jelen esetben lyukacsos négyzetet kapunk eredményül. Ez egy másik, négyzet alakú Sierpinsky-szűrő.

A fent vázolt matematikai fraktálokat geometriai tulajdonságok alapján állítottuk elő. Fraktálokkal a természetben lépten-nyomon találkozunk, így a földtanban is gyakoriak (KORVIN 1992). A fizikai tér felosztásának kritériuma nemcsak kimondottan mértani jegyek alapján történhet; hanem valamilyen tulajdonság mennyiségi és minőségi jellemzői alapján is (VICSEK 1992). Esetünkben a rezervoár repedezettsége és ennek ellentett párja, a repedés-mentessége, illetve a vetőmentesség a fraktállá alakítás kritériuma.

A Sierpinsky-szűrőnek nevezett fraktál módosított változatával, mint egy szűrő segítségével lépésenként kiszűrhetők, vagyis lokalizálhatók a különböző méretű, nem töredezett/repedezett tömböket. Ez azt jelenti, hogy behatárolhatók a repedezett, nagyobb átteresztőképességű tároló szakaszok.

Reményeink szerint kapcsolatot teremthetünk a nagytektonikai térkép szerkezeti elemei és a fúrómagban észlelt repedezettség között.

### Egy szénhidrogén kutatási terület tektonikai szerkezetének fraktálgeometriai elemzése Sierpinski-szűrővel

Az esettanulmány területén 3D szeizmikus mérés történt (Mol 1997), ennek egyik jelentős eredménye a részletes rezervoártető térkép. A feltüntetett tektonikai elemek (4. ábra) jelentik a vizsgálati módszer bemenő adatait. Erre a vetőhálóra illeszthetem az említett, módosított Sierpinsky-szűrőt.

Az illesztés megkönnyítésére és szemléletesebbé tételére, az eredeti vetőhálót (vékony vonalak) helyettesítem egy közelítő, simított (vastag vonalak) vetőhálóval (4. ábra), úgy hogy a tektonikai kép lényegesen ne változzon.

A simított vetőhálóra illeszthetővé vált a Sierpinsky-szűrő (5. ábra), amellyel létrejött az első generációjú fraktál. A szürke négyzetek a vetőmentes tömböket



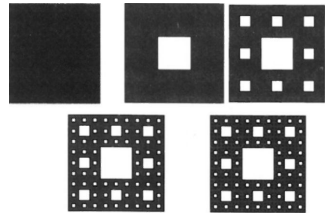
1. ábra. A legegyszerűbb fraktál: a Cantor-halmaz

Fig. 1 The simplest fractal: the Cantor set



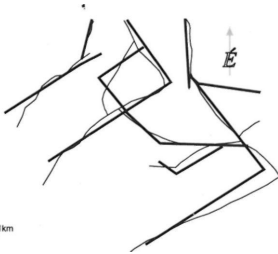
2. ábra. A legegyszerűbb fraktál síkbeli megfelelője: a Sierpinsky-háromszög

Fig. 2 The correspondent for the simplest fractal in plane is: the Sierpinsky triangle



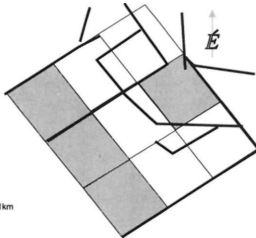
3. ábra. A Sierpinsky-négyzet

Fig. 3 The Sierpinsky gasket



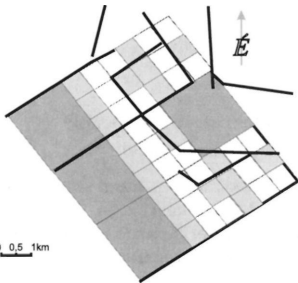
4. ábra. A tektonikai vetők közelítésének térképe, mint a módszer bemenő adatai

Fig. 4 The tectonic sketch as input data



5. ábra. Az első generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése

Fig. 6 Fitting the first generation of the Sierpinsky gasket



6. ábra. A második generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése

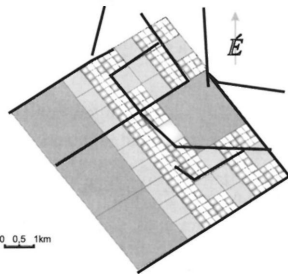
Fig. 6 Fitting the second generation of the Sierpinsky gasket

jelölik, vagyis azokat, amelyeket nem kereszteznek vetők. Ezek felelnek meg a 2. ábrán is bemutatott elhagyott négyzeteknek.

A második generáció létrehozásakor a törésvonalak által harántolt, megtartott négyzeteket rekurzívan osztjuk fel külön-külön, az első generáció konfigurációja szerint (6. ábra). Ebben a léptékben is a vetőmentes területeket a szürke négyzetek jelölik, amelyek, az előbbihez hasonlóan kiesnek a további műveletekből.

A harmadik generáció, amely már a  $\sim 250 \text{ m} \times 250 \text{ m}$ -es négyzetek léptékére zsugorítja a töredezettség-mentes területek méretét, a 7. ábrán látható. Ezt is hasonló, rekurzív felosztással képeztük, mint a korábbiakat. Ezzel a generációval a szeizmikus felbontás határa alá kerültünk, így a vetők léptékéről megközelítettük a fúrómagokon észlelt repedések léptékét.

Tehát a módosított Sierpinsky-szűrő alkalmazásával lépésről lépésre sikerült a nagy, illetve a kisebb méretű kompakt és töredezett tömbök térbeli eloszlását valószínűsíteni. A nagy, több kilométeres vetők térbeli jellegéből rekurzív



7. ábra. A harmadik generációs módosított Sierpinsky-szűrő illesztése

Fig. 7 The third generation of the Sierpinsky gasket

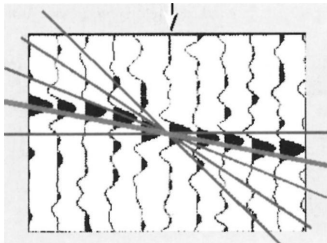
módon eljutottunk a pár száz méteres léptékig, azaz a harmadik generációs szűrő cellái ~200–250 méter nagyságúak.

A módszer újdonsága abban rejlik, hogy kihasználva a fraktálok tulajdonságait, egy 3D-s szeizmikus vetőtérkép, mint bemenő adat, alapján gyorsan és egyszerűen becsüli meg a töredezett/repedezett kőzettestek helyét, amelyek a szeizmikus felbontó képesség alatt rejtve maradtak.

### A módszer eredményének összehasonlítása az adott terület szeizmikus-koherencia térképével

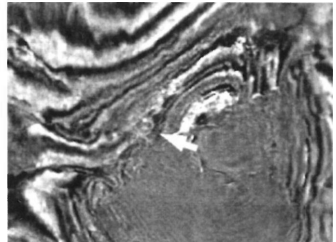
Amerikában (Coherence Cube Technology Incorporation) fejlesztettek ki egy módszert, amely a 3D-s szeizmikus mérésből közeg-inhomogenitásokat nyomoz (Ref. 2). A módszer lényege, hogy a szeizmikus mérés szomszédos csatornák jeleinek hasonlóságát, ún. koherenciáját vizsgálja (8. ábra). Bonyolult képletek és algoritmusok alapján, elektronikusan hasonlítják össze adott mélységintervallum koherencia értékeit és az eredményt különböző (szürkeárnyalatos vagy hamisszínes) térképeken ábrázolják (9. ábra). Mivel a hullámterjedés sebessége irányonként változhat az inhomogenitások miatt, a kőzettest nagy valószínűséggel, anizotrop jellegű. Ezért ma már irányfüggő koherencia-képeket is elő tudnak állítani (Ref. 2). A kőzettestek inhomogenitásáért gyakran a repedezett-ségek a felelősek (Ref. 1, 2).

Amikor az esettanulmány területéről koherencia térképet rendeltek, a kutatókat is a fenti elgondolás vezette. Véleményük szerint, ha mélyen is (~ 3500 m) található az említett rezervoár, a magok alapján feltételezett repedezett kvarchomokkő inhomogenitásairól használható koherencia kép várható a 3D-s szeizmikus mérés hasznos területéről. A 100 ms (kb. 250 m) vastag kőzettömeg átlagos koherencia értékeinek térbeli eloszlását a 10. ábra mutatja. Ebben az intervallumban kereshető a néhány méter vastagságú rezervoár, amelyből a repedezett magok származtak. A szürkeárnyalatos képen a fehér tónusú foltok a



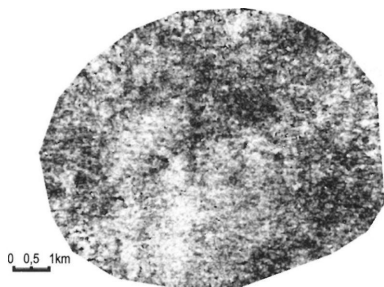
8. ábra. A szeizmikus koherencia térkép képzésének elvi ábrája

Fig. 8 The schema for theoretical generation of the coherence map



9. ábra. Egy sódom körüli szeizmikus koherencia-kép

Fig. 9 A coherence map of a salt dome and its close surroundings

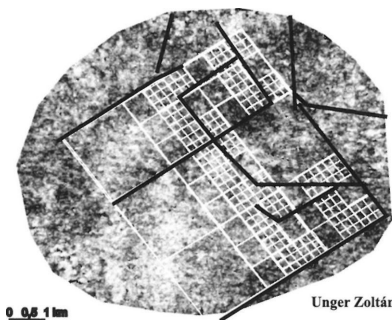


10. ábra. A vizsgált terület átlag-koherencia térképe 1900–2000 ms közötti kőzettestre

Fig. 10 The average-coherence map between 1900–2000 ms interval from the study area

koherencia magas értékeit, a sötétek az alacsonyakat szemléltetik, azaz a fehér térrészek nagyobb homogenitással rendelkező, míg a sötét vagy feketébe hajlók inhomogén kőzettömegeket jelenthetnek. Az inhomogenitás oka a repedezettségben keresendő. A szürke tónusokat úgy kapták, hogy 9 szomszédos szeizmikus csatorna jeleit összehasonlították és a középsőre, az ötödikre, vetítették (8. ábra). Továbbá egy csatornával megismételték az eljárást a következő 9 csatornára is. Lefedve a területet a különböző hasonlósági értékek alapján generálódott a szürke árnyalatos térkép.

E koherencia térkép fölé helyeztük a rezervoár-tető szeizmikus térképe alapján korábban készült háromgenerációs módosított Sierpinsky-szűrőt és vizsgáltuk az egybeeséseket (11. ábra). A nagy kiterjedésű fehér térrészek (vagyis az első generációs Sierpinsky-háló 4 db négyszöge), nagymértékben megegyeznek az alkalmazott szűrő eldobott, vetőmentes négyzeteivel. Ennek ellenőrzésére a 4 db négyszöget felosztottam 8, 9, 10 és 20 egyforma négyzetre (12. ábra) és megszámláltam a sötét/repedezett négyzetek számát, amelyet az 1. táblázatban sűrítetemen feltüntetve a repedezettség százalékát.

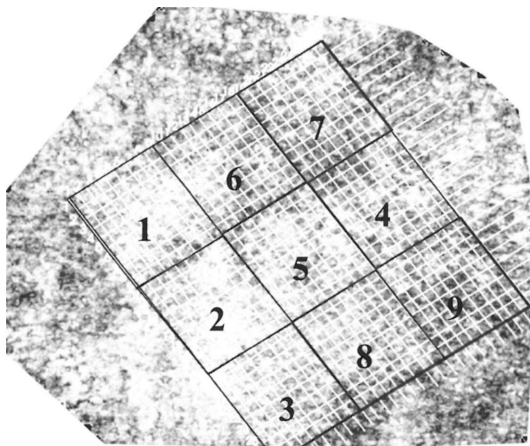


11. ábra. A átlag-koherencia térkép fölé helyezett módosított Sierpinsky-szűrő

Fig. 11 The overlaid modified Sierpinsky gasket above the average-coherence map

Unger Zoltán 1999.05.03.

Average Coherency Values 1900 to 2000 ms



12. ábra. A koherencia kép, Sierpinsky-szűrő első generáció négyzetei szerinti, 9-es felosztása

Fig. 12 Subdivision 9×9 of the coherence map according to every square of the first generation in the Sierpinsky gasket

Tehát, e négyzetek (1, 2, 3 és 4) a nem töredeztett tömbökkel egybeesnek, tömörségük 90% fölötti és a repedezetségre utaló, sötét foltok többnyire izoláltan fordulnak elő. A 9 négyzetből 8-ban megegyezik a két becslés, tehát 88%-ban azonos eredményt adott a két módszer. Kiemelve a 9-es felosztást (12. ábra), az általunk is használt Sierpinsky felosztás miatt, tovább vittük az egyezési elemzést a többi négyzetre (5, 6, 7, 8 és 9-es). Az 5-ös számmal jelölt négyzetre 17%-os töredezettség mutatkozott, tehát ez is tömör tömbnek minősülhet a koherencia kép alapján ellentétben a mi elképzelésünkkel.

A tovább osztandó 6, 7, 8 és 9-es négyzetek 20% fölötti sötét foltokkal jelentkeztek, amely alapján szintén igazoltnak tekintjük a két repedezettség nyomozásának egybeesését.

A második generációs Sierpinsky-szűrő (~ 750 m-es) négyzeteinek egybeesését vizsgálva (12. ábra: 6, 7, 8 és 9 négyzetek), az egyezések 63%-osak voltak. Lásd II. táblázat.

I. táblázat. Az első generációs négyzetek repedezettsége a koherencia kép alapján  
Table I Degree of fracturing for the first generation of the gasket

Négyzet/ Felosztás	8.0	9.0	10.0	20.0
1	5%	6%	8%	4%
2	2%	1%	5%	3%
3	8%	5%	11%	6%
4	19%	19%	16%	10%
Repedezettség	8,5%	7,75%	10%	5,75%
Tömörség	91,5%	92,25%	90,12%	94,25%

II. táblázat. A második generációs négyzetek egyezése a koherencia képpel  
Table II The fracturing coincidence for the second generation of the gasket

6		0,7		
	E	N	N	
	E	E	E	
	E	E	N	
				63%
7		0,4		
	N	N	N	
	N	E	E	
	N	E	E	
8		0,7		
	E	N	N	
	E	E	E	
	N	E	E	
9		0,7		
	E	N	E	
	N	E	E	
	N	E	E	

N - nem egyezik; E - egyezik

A harmadik generációs Sierpinsky-szűrő (~250 m) négyzeteinek és a koherencia kép egybeesési vizsgálata a szeizmikus hullámhossz miatt véleményünk szerint értelmetlen.

Összefoglalva, a nagy ( 2,25 km) kiterjedésű, első generációs Sierpinsky-szűrő 9 négyzetéből 8 egyértelműen egybeesik a koherencia térképpel. Egy négyzet (az 5-ös) tömörnek bizonyult ellentétben a fraktális megközelítéssel. A második generációs háló 63% egybeesést mutat.

A látható eltérések nagy valószínűséggel az összehasonlított minták térfogati különbségében rejlenek, mivel a koherencia egy intervallum (100 ms-os kőzet-térfogat) átlagolt tulajdonságait vetettük össze egy felületről (rezervoártető vetői) becsült tulajdonságaival. Megállapítható, hogy a fraktál szűrő segítségével előállított repedezettségi térkép jó egyezést mutat a koherencia térképpel, és egyben igazolja alkalmasságát a kőzettest repedezettségének nyomozására.

### **Eredmények, következtetések**

A fent ismertetett módszer igazolhatóan jó egyezést mutat ugyanazon terület koherencia térképével, ezért „jóságának” következtében megállapítható, hogy a vetőkre illesztett fraktál alkalmazásával előrejelezhető egy kőzettest töredezett- és vetőmentes tömbjeinek térbeli eloszlása. A módszer, amellet, hogy gyorsabb, sokkal egyszerűbb és olcsóbb, mint a koherencia vizsgálat, amely bonyolult számításokkal állítja elő a repedezettségnek tulajdonított átlagos koherencia térképét.

A fraktál elemzés lépései átmenetet teremtenek a szeizmikus méretarány: (a vetők) és a fúrómagok repedezettségének méretaránya között, aminek előnye, hogy bármilyen mérettartományban (első-, másod- és harmadik generációs fraktálok) elemezhetővé válik a rezervoár repedezettsége.

#### *A módszer várható hatásai*

- Módosul a töredezett rezervoárok leírása, modellezése.
- Egy tároló réteg áteresztőképesség (permeabilitás) térképe átalakul.
- Befolyásolja a kőolajtermelő kutak telepítését, kiferdítési irányát, termelését, hozamát.
- Megmagyarázza a terület meddő kútjainak sikertelenségét.

### **Köszönetnyilvánítás**

Szeretnék köszönetet mondani Dr. VÉGH Sándorné tanárnőnek, aki a Geomatikai továbbképzőt kigondolta és Dr. KOVÁCS Józsefnek, aki ezt megszervezte. Hála Dr. MINDSZENTY Andrea tanszékvezető asszonynak, hogy az Alkalmazott és Környezetföldtani Tanszék ma is otthona a geometatikának. Köszönet illeti GEREC Sándor urat a Mol Rt. egykori Külföldi Kutatás-, Termelési Üzletág igazgatóját, aki nemcsak engedélyezte, de bátorított és támogatott kutatásaim publikálásában. Végül, de nem utolsó sorban hála tanárainknak, akik felnyitották szemünket és tanúságot tettek egy csodálatos világ létezéséről.



## Irodalom – References

- ACUNA, J. A. & YORTSOS, Y. C. 1996: Numerical construction and flow simulation in network of fractures using fractal geometry. – Society of Petroleum Engineers Publication 22703/1996.
- KORVIN, G. 1992: Fractal Models in the Earth Science. – Elsevier, 87–180.
- Mol Rt. KKTÜ, 1997: Belső tanulmány-bizalmas.
- PEITEN, H. O., JURGENS, H. & SAUPE, D. 1993: Fractals for the Classroom. – Springer Verlag, 5–125.
- VICSEK, T. 1992: Fractal Growth Phenomena. – World Scientific - Singapore.
- YARUS, J. M. & CHAMBERS, R. L. 1994: Stochastic Modeling and Geostatistics, Principles, Methods, and Case Studies; Chapter 19. – In: HEWETT, Th. A. (Ed.): Fractal Methods for Fracture Characterisation, AAPG Computer Applications in Geology, No. 3, 249–260.
- Ref. 1. <http://www.kgs.ku.edu/PRS/publication/2000/ofr84/slide2.html>
- Ref. 2. <http://www.corelab.com/Scopic/Advanced/FractureAnalysis.asp>
- Kézirat beérkezett: 2003. 12. 09.