A GÖMBNEK GYAKORLATI HASZNÁLATA A KRISTÁLYSZÁMOLÁSBAN.

Dr. SCHMIDT SÁNDOR-tól.*

(Öt ábrával.)

J. Y. BUCHANAN urat illeti az érdem, hogy a kristályszámolási föladatok szempontjából is a valóságos gömbre irányozta a figyelmet.** Kiderítette, hogy a kristály-polyedert legelőször a gömbre vonatkoztató tudósok, névszerint FR. E. NEUMANN (1823) és J. G. GRASSMANN (1829) közül GRASSMANN már ajánlja ugyan, hogy a kristályok geometriájában a gömböt magát is használjuk, de ez a dolog mindeddig, legalább szélesebb körben, gyakorlati jelentőségre nem vergődött, a minek egyik kétségtelen oka az is volt, hogy az említett buvároknak alapvető gondolata W. H. MILLER elméjében (1839) egy oly tökéletes formát öltött az elemző mértan és a gömbháromszögek segélyével, hogy az kivánni valót ma sem igen hagy hátra.

Ámde mikor még csak tájékozódás a czél, a számítások néha hosszadalmasak és a velök járó munka nem áll a felhasználással kellő arányban, főleg pedig a symmetriaval szűkölködő kristály-osztályokban nem. Mindaz tehát, mely a biztosság érzékenyebb csökkentése nélkül gyorsabban, mert kevesebb munkával tájékoztat, kétségtelenül haladás. Ilyen pedig saját tapasztalásom nyomán is magának a valóságos gömbnek használata, melyen ma már úgy szerkeszthetünk és mérhetünk mint majdnem a sík papiroslapon. A számítást a szerkesztés helyettesíti mindaddig, mig csak véglegesen nem határoztunk, a mely utóbbi esetben azután a számításé kétségtelenül a szó, csak úgy mint a hogy a kutató-távcsövek munkája után a nagy refraktorok veszik át a dolgot.

1. A gömb.

Tulajdonképen minden valamennyire tökéletes gömb használható. Így a rendes föld- vagy égi gömbök is. De a czélnak legjobban megfelelnek a BUCHANAN ajánlotta gömbök, melyeket E. BERTAUX kiadásában (Paris, rue Serpente, 25) kapni. Átmérőjük 22 cm és felületük vagy fehér, a mikor czeruzával irhatunk reájuk és az irottakat nyom nélkül le is törülhetjük, vagy pedig feketére festettek és ekkor fehér kréta vagy palavessző való hoz-

* Előadta az 1897. deczember hó 1-én tartott szakülésen.

** *Philosophical Magazine*, 5. series, vol. XL. London, 1895, pag. 153—172.

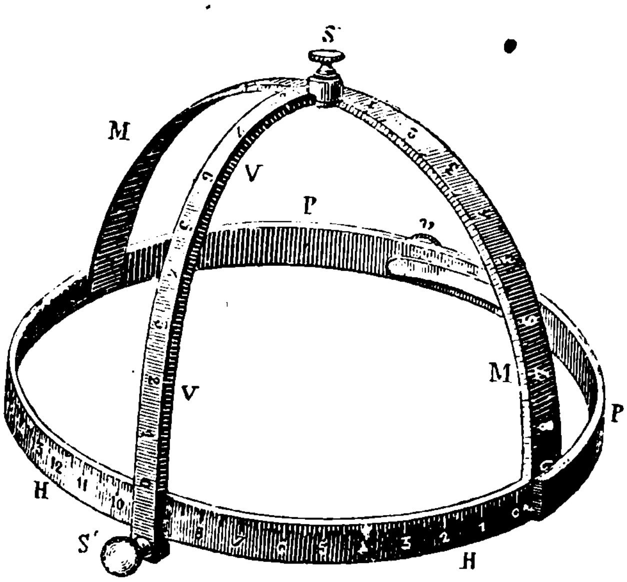
zájok. Munkájukban kielégitő tökéletességű gömbök ezek, közülök a fekete szinűek főleg a hallgatóságnak szánt bemutatásra valók. Teljesen szabadok és egy gömbsüvegszerűen kivájt és posztóval bélelt faállványon könnyen kezelhetők. A gömbök ára darabonként 7½ franc.

Fényezett vagy berajzolt felületű gömbökön, szükségből, kifeszitett czérnaszálakkal dolgozhatunk, melyeknek végeit rugalmas gummiszalaggal kötjük össze, mint a hogy Buchanan ajánlja.

2. A gömbmérő (métrosphère).

Ez a készülék Aved de Magnac fregatta-kapitány találmánya és szintén E. Bertaux-tól szerezhető meg Párisban. Átmérője 22 cm, tehát az ajánlott gömbökhöz való, az ára 75 franc.

Áll egy félkörből, HH, melynek belső átmérője 22 cm; fokokra van beosztva. Egy másik, az előbbinél valamivel nagyobb átmérőjű, be nem osztott félkör, PP, mint egy abroncs az előbbinek folytatását képezi; a PP belső oldalán egy rugó van alkalmazva, mely utóbbira a v csavar hatásos úgy, hogy a készüléket a gömbre illesztvén, ezen csavar behajtása a HH félkört szorosan a gömb felületéhez nyomja. A HH félkörhöz egy harmadik félkör MM, derékszögesen illeszkedik, mely utóbbi szintén fokokra beosztott úgy, hogy az ő mérő éle a HH félkör 0 illetve 180 osztásával pontosan egybeesik. Az MM félkör közepén az S csavar egy negyedkör, VV, egyik végének csapjául szolgál úgy, hogy a VV az S mint tengely körül forgatható, miközben a negyedkör másik vége egy bemetszett nyujtványnyal a HH félkörön csúszik tova, mely utóbbihoz az S′ szorítócsavarral a kivánt helyen oda szorítható. A negyedkör is fokokra beosztott úgy, hogy a 0 vonása a HH félkör mérőélével egybeesik. A gömbmérő fémből készült és pontossága a kitűzött czélra való tekintetből kielégítő. Előnye, hogy igen egyszerű, könynyen kezelhető és hogy ára is mérsékelt.



3. A gömbmérő használata átalában.

A gömbmérővel a gömb felületén átalában végrehajtható szerkesztesek a következők, u. m.: Legynagyobb körök ivei, teljes legnagyobb körök, legnagyobb körök iveitől bezárt szögek, gömbkörök, gömb-háromszögek és = sokszögek. Mindezen vonalak vagy idomok egyúttal mérhetők is vele.

a) *Két adott ponton áthaladó legnagyobb kör-ívnek szerkesztése és a két ponttól elhatárolt ívnek mérése.*

A gömb felületén adott két pont legyen A és B. A gömböt helyezzük el az állványon úgy, hogy e két pont közel egy vizszintes síkba kerüljön és hogy a 180°-nál kisebb ívtávolságuk forduljon felénk. Illeszszük a gömbmérőt a gömb felületére oly módon, hogy a H félkör mérő éle közel jusson az A és B pontokhoz. A gömbmérő saját súlyánál fogva simul a gömbhöz, de az S csavarra gyakorolt enyhe nyomással a simulást elősegíthetjük. Hajtsuk most be a v csavart mindaddig, míg csak a gömbmérő mozdítás közben némi csekély fokban surlódni nem kezd a gömb felületén és a H félkör mérő élét telhetően pontosan az adott két pontot középpontosan egybekötő helyzetbe hozván, a v csavar teljes behajtásával szilárdítsuk meg a gömbmérő állását a gömb felületén. A H félkör mérő éléhez simuló czeruzával vonjunk körivet, mely utóbbi az A és B pontokat egyaránt ketté metszi és a keresett legnagyobb körnek ívét adja meg.

Szerkesztéshez a legkeményebb és legfinomabb hegyű czeruzát használjuk, a vonalat ne egyjártában vonjuk meg, hanem minden nyomás nélkül nehányszor járjunk körül, pontosan oda simuló czeruzánkkal, a mérő él mellett. Máskülönben szerkesztésünk elfenődik vagy pedig a bevésett vonalakat csak bajosan moshatjuk majd le.

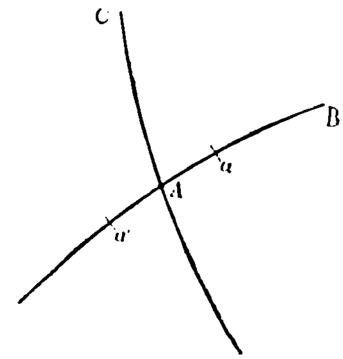
Ha pedig két adott A és B pont elhatárolta legnagyobb korívnek méréséről van szó, akkor a H félkör mérő élét az imént leirt módon pontosan egybeillesztjük a felrajzolt körívvel, az illető pontoknál végzett leolvasások külömbsége pedig megadja a keresett ívnek hosszaságát.

Leolvasáskor igen ügyeljünk a parallaxis hibára, melyet elkerülendő úgy nézzünk, hogy nézővonalunk lehetőleg egybeessék egy az illető ponton is áthaladó gömbsugárral. Mivel a beosztás csak egész fokokra terjed ki, a részeket tizedes becsléssel állapítsuk meg.

b) *Adva van egy legnagyobb körív, az ő egyik pontján keresztül egy vele szintén adott szöget bezáró legnagyobb körív szerkesztendő.*

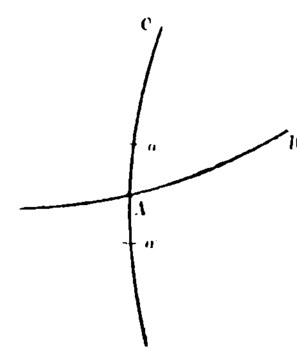
Legyen az adott legnagyobb körív A B és az A ponton keresztül szerkesztendő egy másik legnagyobb körív AC, mely utóbbi az adott legnagyobb körívvel egy bizonyos szöget zárjon be.

Illeszszük a gömbmérő HH félkörét pontosan az AB ívre és a v csavarral szilárdítsuk meg helyzetét. Az A pontból kiindulva ezen ívre a két ellentétes irányban rakjunk fel egyenlő ívtávolságokat, pl. 15—15 fokot, mondjuk Aa és Aa' darabokat; ha szükséges, az AB ívet meg is hosszabbíthatjuk. A VV mozgó negyedkört állítsuk be az adott szögre, kössük meg őt az S' szorítócsavarral és most a gömbmérőt úgy illeszszük a tetőpontba fordított AB ívre, illetve A pontra, hogy az MM félkörnek az S csavar tengelyétől számított 15—15 fok beosztása az egyik oldalon az a, a másikon pedig az a' fölé kerüljön pontosan, mert ekkor az MM félkör középső osztása is pontosan az A pont fölé fog esni. Most a gömbmérő helyzetét a v csavarral megszilárdítván, a VV negyedkör mérő éle mellett vont körív megadja a kivánt AC legnagyobb körívet, mely utóbbit a HH félkörrel tetszésünkre meghosszabbíthatunk.



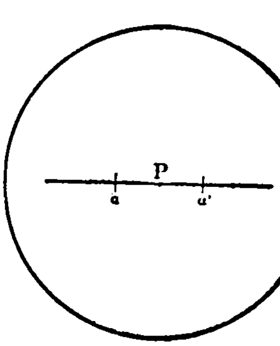
c) *Megmérendő két legnagyobb körív bezárta szög.*

Az adott két körív metszési pontja legyen A. Illeszszük a HH félkört ezen körívek egyikéhez, pl. az AC-hez és rakjunk fel reá az A pontból két ellentétes irányban egyenlő ívtávolságokat, pl. 15—15 fokot, Aa és Aa'. Az MM félkört illeszszük az AC körívre úgy, hogy az S csavar tengelyétől számítva a 15° osztás a két ellentétes irányban pontosan az a és a' pontok fölé jusson és szilárdítsuk meg a gömbmérő helyzetét a v csavarral. Állítsuk be ekkor a mozgó negyedkört, VV, mérő élével pontosan az AB körívhez és ekkor a negyedkör mérő élével mint indexxel a HH félkörön leolvassuk a keresett szöget. Ez a dolog tehát az előbbi föladatnak a megfordítása.



d) *Adva van egy pont, körülötte adott ívtávolságban gömbkör szerkesztendő.*

A HH félkörrel az adott P ponton keresztül rajzoljunk egy legnagyobb körívet és ez utóbbira rakjunk föl a P pontból két ellentétes irányban egyenlő ívtávolságokat, pl. 15—15 fokot, Pa és Pa'. Illeszszük az MM félkör középső osztását ezen a és a' pontok segítségével úgy mint az előbbiekben láttuk a P fölé, keressük meg a felszabadított VV negyedkörön az adott ívtávolságot az S ponttól számítva, a czeruza hegyét állítsuk pontosan eme bizonyos megfelelő osztáshoz és a czeruzát ott tartva, ha a negyedkörrel a tőle bejárható egész utat megteszszük, akkor a keresett gömbkörnek majdnem a felét már megrajzoltuk. Most a gömbmérőt felszabadítván, emeljük fel őt és a S csavar tengelye körül végzett 180° fordulás után illeszszük ujra a P pont fölé az MM félkör középső osztását és az előbbi szerkeszté



folytatva, a mozgó negyedkörrel a kivánt gömbkör szerkesztését bejegyezzük.

Megjegyzem, hogy a szerkesztésnek ez a módja alkalmas segédkészülék nélkül — mely utóbbit meg is lehet hozatni — nem egészen kielégítő. Körzővel a szerkesztés sokkal inkább végrehajtható; a kivánt ívhosszaságot már az a és a′ pontok felrakásakor ugyancsak lemérhetjük a megrajzolt köríven és a könnyen tartott, igen hegyes és kemény czeruzával fölszerelt körző a P pontba illesztett fém-hegyével csak igen kis lyukat fúr majd.

e) *Egyéb szerkesztések.*

Ide tartoznak a teljes legnagyobb körök, a legynagyobb kör kerületi pontjaitól 90° távolságra eső pont vagyis a pólus szerkesztése és megfordítva, gömbháromszögek és gömbsokszögek megrajzolása, ez utóbbiak ösmert adataiból a hiányzóknak graphikus meghatározása stb. Mindezen műveleteket az előbbiekben közölt alapszerkesztéseknek ismételt vagy combinalt alkalmazásával minden nehézség nélkül végrehajthatni. Ha például egy bizonyos gömbháromszög megszerkesztése kényelmetlen volna, előbb helyette az ő mellékgömbháromszögét szerkeszszük meg stb.

4. A gömb s a gömbmérő használata a kristályszámolásban.

Helyezzük el a kristályt gondolatban egy tetszőleges sugarú gömbbe úgy, hogy a gömb középpontja a kristály belsejébe jusson és tartsuk meg mindkettőnek ezen kölcsönös helyzetét változatlanul. Ha most a gömböt metsző olyan síkokat gondolunk, melyek sorban a kristálynak egyes lapjaival egyközesek, ezen síkokkal vagy a magukkal a kristálylapokkal kétféle módon szabhatjuk meg a gömbön az egyes kristálylapok helyzetét. Az egyik a *központi előállítás* (Buchanan), a másik a *gömb-projectio.*

A *központi előállításban* a kristály egyes lapjaival egyközes síkokat fektetünk a gömb középpontján keresztül. Ekkor e síkok valamennyien legnagyobb köröket metszenek ki a gömb felületén és csak annyi külön legnagyobb kört kapunk, a hány egymással nem egyközes lapja van a kristálynak. Például a koczka 3, az oktaéder 4, a rhombtizenkettős 6 ilyen legnagyobb kört (síkot) szolgáltat.

Az ilymódon kapott legnagyobb körök síkjai egymáshoz nyilvánvalóan a nekik megfelelő kristálylapok lapszögeivel hajolnak. Két kristálylapnak metszésvonalával (a kristályéllel) azon átmérő lesz egyközes, a mely átmérőben az illető kristálylapokkal egyközes síkok egymást a gömbben metszik. Mivel pedig a gömb felületén a legnagyobb körök valamennyien metszik egymást, az egyes legnagyobb köröknek a többiekkel való metszési pontjai (csomói) vagyis az ő síkjukban ezen metszési pontoktól meghatározott átmérők meg fogják adni a kristály összes lapjainak összes, egymással nem egyközes irányú éleit, illetve metszésvonalait.

Az egyes kristálylapoknak megfelelő legnagyobb körök síkjaiban a csomó pontoktól megszabott átmérőknek egymáshoz való hajlása pedig a kristály összes élszögeit határozza meg.

A gömb-projectioban a gömb középpontjából merőlegeseket (normálisokat) bocsátunk a kristály minden egyes lapjára (vagy az egyes lapok síkjainak megnagyobbitására) és megkeressük ezen merőlegeseknek a gömbfelülettel való döfési pontjait (a pólusokat). A pólusok összesége a kristálypolyedert minden egyes lapjával egyetemben egyértelműleg meghatározza. Az egymással egyközes lapok pólusai egy ugyanazon átmérőnek két végpontjába esnek és bármelyik két pólust egybekapcsoló legnagyobb korívnek a 180°-nál kisebb darabja az illető pólusoknak megfelelő lapok lapszögével (a normálisoknak szöge) egyenlő. Az egymással egyközes irányú éleket formáló kristálylapoknak (egyövbeliek) pólusai egy és ugyanazon legnagyobb kör kerületén lesznek és ezen bizonyos irányú éllel (övtengely) egyközes a pólusokat tartalmazó legynagyobb kör (övkör) síkjára merőlegesen állított egyenes vonal.

Tekintettel a kristálynak a gömbbel való ezen kétféle meghatározására, a gömbön a gömbmérővel megoldható kivánatosabb föladatok a következők.

a) *Adva vannak a lapszögek, szerkesztendő a gömbprojectio.*

Tegyük föl, hogy a kristályon minden egyes közvetetlenül szomszédos lap bezárta lapszög megadott; legyenek a lapok és az ő pólusaik 1, 2, 3 . . ., a lapszögek pedig 1 : 2, 1 : 3, 2 : 3 . . . . Válaszszunk a gömbfelületen egy tetszésszerinti pontot és adjuk neki az 1 pólus értelmét. Szerkeszszünk ezen a póluson keresztül egy a legnagyobb körívet és ezen körívre rakjuk fel a HH félkörrel az egyik irányban az 1 pólustól számítva az 1 : 2 lapszöggel egyenlő ívet. Ezen ív végső pontja ekkor megadja a 2 pólus helyét. Vegyük most körzőnyilásba az 1 : 3 lapszöggel egyenlő ívet és irjunk le körívet az 1 pólusból mint középpontból azon oldal felé, a mely oldalra a kristálynak most már megszabott helyzetéből kifolyólag a 3 lap esik. Ezután a 2 pólusból a 2 : 3 lapszöggel egyenlő ívvel vonjunk körívet ugyanazon oldalon mint előbb és ekkor e két körív metszési pontja meg fogja adni a 3 pólus helyét.

Ez az a helymeghatározás, melyet *előmetszésnek* nevez a geodesia.

A dolog folytatása ezen átalános esetből folyóan önként érthető, minden egyes ujabb pólust az adott lapszögek segítségével két szomszédos pólushoz kapcsolunk, ha csak az ő helyük más úton (övek, symmetria) is meg nem határozható. Igy az összes pólusokat az őket megillető helyekre felrakván, az övkörök megszerkesztése vagy övek nyomozása semmi nehézséggel sem jár.

b) *Adva van a gömbprojectio, meghatározandók az összes lapszögek.*

Mivel az egyes pólusokat egybekötő legnagyobb köríveknek nagysága az illető pólusokhoz tartozó kristálylapok lapszögével egyenlő (természetesen a 180°-nál kisebb méretű oldalon), a HH félkörrel a szóban forgó bármelyik két pólust legnagyobb körívvel kössük egybe és a tőlük elhatárolt ívhosszaság megadja a reájuk vonatkozó lapszöget.

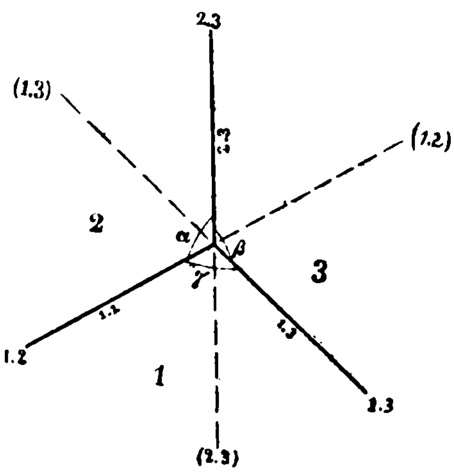
c) *Adva van a gömbprojectio, meghatározandók az összes élszögek.*

A feladatot a központi előállítás oldja meg. Miután az összes pólusok megadottak, minden egyes lapra nézve a vele egyközes sík az illető pólust előállító normálisra (sugárra) merőleges tartozik lenni; a központi előállítással az egymással egyközes lapoknak megfelelő síkok természetesen egybe esnek. Vegyük elő például az 1 pólust és keressük meg a kivánt síkot, mely egyúttal a középponton haladjon keresztül. Ekkor az 1 póluson keresztül egy legnagyobb körív vonandó, mely utóbbira a 1 pólustól számítva a két ellentétes irányban egyenlő ívhosszaságokat rakjunk fel azért, hogy az ő segítségükkel (l. 3b) az MM félkör középvonását az 1 pólus fölé illeszthessük. Ha ez az utóbbi dolog megtörtént, a HH félkör mérőéle mellett megvont félkör már a kivánt síknak metszési görbéje lesz, a melyet teljes legnagyobb körré könnyen kiegészithetünk (l. 3 d). Ezt az eljárást minden egyes pólussal ismételve, megkapjuk a kristálynak teljes központi előállítását.

Mivel minden egyes legnagyobb kör a többi összes legnagyobb köröket metszeni tartozik, az egyes legnagyobb köröknek a többiekkel való metszési pontjai (csomói) megadják az illető legnagyobb kör előállította kristálylapon a többi összes kristálylapoktól alkotott éleket és velök az összes élszögeket is, mely utóbbiakat a HH félkörrel olvasunk le.

d) *Adva vannak az élszögek, megszerkesztendő a gömbprojectio.*

Ez az előbbi föladatnak a megfordítása. Vegyük szemügyre a legegyszerűbb esetet, mikor az 1 lappal szomszédos 2, 3 lapok az 1.2, 2.3 és 1.3 éleket, illetőleg az 1.2 : 2.3 = α, 2.3 : 1.3 = β és 1.3 : 1.2 = γ élszögeket alkotják. Szerkeszszünk a gömbön egy legnagyobb kört, melynek egyik (felső) pólusát vonatkoztassuk az 1 lapra, úgy hogy ez a legnagyobb kör az 1 lap központi előállítása legyen. E legnagyobb körön jelöljük ki egy átmérőnek két végpontját és tekintsük ezen átmérőt az 1.2 élnek, az ő



végpontjait pedig lássuk el az 1.2 és (1.2) számokkal. Rakjuk fel a legnagyobb körre a megfelelő végponttól a megfelelő oldal felé a γ szöget és ezen ív végpontjában valamint az átmérőileg ellenes ponton megkapjuk ekkor az 1.3 és (1.3) csomókat.

Kétségtelen, hogy a 2 és 3 lapoknak megfelelő legnagyobb körök az 1.2, (1.2) illetőleg az 1.3, (1.3) átmérőkön keresztül tartoznak haladni. Az 1.2 : 2.3 = α élszög pedig azt követeli, hogy a 2 lapnak megfelelő legnagyobb körön a 2.3 csomó az 1.2 csomótól 180°—α, az (1.2) csomótól tehát α ívtávolságban legyen, ha tehát a 180°—α nyilással az 1.2 csomóból mint középpontból kört szerkesztünk, a 2.3 csomó másrészt ezen utóbbi kör kerületére is tartozik esni.

Másrészt a 2.3 : 1.3 = β élszög is analog követelménynyel jár, melynek megfelelően az 1.3 csomóból mint középpontból a 180°—β nyilással megszerkesztett kör is kell tehát, hogy a 2.3 csomót tartalmazza. Az 1.2 és 1.3 csomókból szerkesztett köröknek a megfelelő oldal felé eső metszési pontjai tehát a 2.3 csomó helyét meghatározzák.

Ámde a 2 lapnak megfelelő legnagyobb kör kell, hogy a kerületén tartalmazza az 1.2, 2.3, (1.2) és (2.3) csomókat, ez a bizonyos legnagyobb kör tehát ezen csomópontokkal (átmérőkkel) nehézség nélkül megszerkeszthető és így megkapjuk a 2 lap központi előállítását, analog módon pedig a 3 lapot is előállíthatjuk. Ezen legnagyobb körök pólusai pedig a nekik megfelelő lapok pólusai lesznek és így a megkapott három pólus a szóban forgó három kristálylap gömbprojectioja. Ezen eljárással megkapjuk egymásután az összes lapok pólusait vagyis a kristály gömbprojectioját.

e) *Adva vannak az élszögek, meghatározandók a lapszögek.*

Az adott élszögekkel megszerkesztjük a központi előállítást és ekkor a lapszögek az illető legnagyobb körök hajlásszögeivel egyenlők. A HH félkör O vonását a csomópontba illesztve, a 90°-nál kisebb oldalon a pontosan 90°-ra állított VV negyedkörön egyszerűen a két leolvasás külömbségével megkapjuk a keresett lapszögeket.

f) *Átalában.*

A gömbmérővel fölszerelt gömbnek használatát az elmondottak után fölösleges jobban részletezni, de nehány átalánosságot még sem hallgathatok el.

Az egyes kristályok gömbprojectioinak és fontosabb öveinek megszerkesztése igen sikeres gyakorlat a tanulónak, alkalmas bevezetés a kristályok geometriájának elrejtettebb részleteibe is. Az élszögek meghatározása nemcsak kitünő gyakorlás, hanem nagy könnyebbség a kristályminták hálózatainak szerkesztésében.

Másrészt a tanító a bemutatásra egy eddig sajnosan nélkülözött segédeszközt kap a gömbben, úgy hogy a dolog megértetése sokkal simábban és gyorsabban történhet vele.

A buvár pedig a mint vizsgálataiban a lapszög-mérésekkel előbbre halad, adatait már egyenesen a gömbre is felrakhatja és ekkor a tájékoztató számításokat mellőzheti, föltevéseit bírálhatja és főleg complicáltabb esetekben kellően alig megbecsülhető hasznát veheti a gömbnek, mert a biztosságnak számbavehető csökkentése nélkül könnyebben és gyorsabban dolgozhat.

Mindezeket egybefoglalva a valóságos gömbnek használata a kristályszámolásban igazi haladás és BUCHANAN helyesen jegyzi meg, hogy a gömb szolgáltatta segítség úgyszólván ki nem meríthető.

5. A gömbmérő adatainak pontossága.

Az AVED DE MAGNAC-féle gömbmérőt kétségtelenül sokkal pontosabban szerkeszthetni, mint a minő például a tőlem használt párisi műszer is volt. E tekintetben a czélszerű javítások önként kinálkoznak. De nem kell szem elől téveszteni azt a körülményt, hogy a rendeltetése egyelőre csak tájékoztatás, a mely czélnak mai formájában (és árával is) megfelel. Ha præcisiós műszert kivánunk benne, úgy az ő előállítása sem ütközik különös nehézségekbe.

Az én műszeremen a hibák átalában 1,5° és 0,5° között váltakoztak és ha a méréseket a gömbnek több helyén és a mérő-köröknek kellő kihasználásával végezhetjük, a számtani középpel elég jól kiegyenlíthetünk. Igy a tesserális kristályrendszer főöveit megszerkesztettem és az (100):(101) lapszöget az összes íveken meghatározva a kiegyenlített érték 44,7° volt, vagyis a kellőnél csak 18 perczczel kisebb.

Megjegyezhetem, hogy a gömbmérő hibáinak egyik természetes főforrása az, hogy a kellő legnagyobb kör helyett állandóan csak egy ő hozzá közel álló gömbkört ad, ezért a hibák főleg a kellőnél kisebb értékeket szolgáltatnak. A dolog természetében rejlik végül az is, hogy nagyobb ívtávolságokon a hibák absolut értékei is növekednek és megfordítva.