



ben egy parabolához hasonló görbét adnak. Itt van a baj! A görbe csak hasonlít a parabolához, a feladat e kicsi eltérés okának a kiderítése. „Ennél a kísérletnél a cél, leírni, hogy mit tanulhat belőle az ember. A számolás itt nem fontos” – mondja Bartos István. – „Így működik a fizika, az ember megfigyel és tanul.”

Bartos István szenvedélye minden, aminek köze van az elektronikához és a fizikához.

vevőket Németországból is. „Mindenkint szívesen látunk” – közli. – „Akkor természetesen németre is lefordítjuk a feladatokat” – ajánlja fel spontán. Biztos, hogy nagy élmény a részvétel. Mindenki a gimnáziumban alszik, a verseny egy napig tart, utána van ideje az embernek felderíteni Nagyváradot. Kellemes város, ahol sok sarkon úgy tűnik, mintha megállt volna az idő. Fantáziadús kávézók, sok szecessziós épület, éppen úgy, mint szocialista építészeti stílus és ehhez tágas parkok. Közben több évtizedes, színes villamosok közlekednek, amelyek egykor az NDK-ban voltak úton.

A fizikaverseny feladatait a 10–12. iskolai évfolyamokhoz igazították, emellett van egy külön kategória az egyetemisták számára is. Mindegyikben külön értékelnek és választanak győztest. Van egy elméleti és egy kísérleti rész. A „kísérlet” végsőnél Bartos István mozgásba lendül és otthagyja székét, még egyszer gyorsan felépíti a tegnapi elrendezést. Egy ferde síkon lecsúsztat egy fadarabot. A stroboszkóp elektronikája az első villanáskor kikapcsolja az elektromágnes áramát, az elengedi az addig visszatartott fadarabot, és negyedmásodpercenként villant egyet. A fadarab lefelé csúszó fázisában stroboszkópos technikával egyetlen kép készül, rajta a fadarab egymás utáni helyzeteivel. A villanáskori pozíciók az időpontok függvényé-

Tizenéves kora óta így van ez. Doktori disszertációja is az elektronikán alapszik. Sok diákgenerációnak átadta már ezt a tudást. A kommunizmus legmélyebb időszakaiban is minden alkalmat megragadott, hogy fizikát tanítson. „Amikor osztályfőnök voltam, hetente egyszer reggel 7 órakor politikai képzést kellett tartanom” – meséli. – „Akkor én mindig fizikát oktattam” – nevet huncutul. Szerencsére soha egy diákja sem köpte be. Pont ellenkezőleg: még ma is sok akkori védencével tartja a kapcsolatot. És ők segítenek neki a versenyek szervezésében. Mindezt a fizika iránti tiszteletből és szenvedélyből teszik.

Most az a cél, hogy a versenyek jövőjét biztosítsák. „A 30. évfordulóra szeretném még folytatni” – mondja Bartos István. – „Akkor 80 éves leszek, onnantól a fiatalokon a sor.” Támogató nélkül nem fog működni. Krausz Ferenc és sokan mások lelkesednek az ötletért és ígérték, hogy segítenek.

A legvégén Bartos István még hagyta magát megpuhítani, hogy adjon egy tippet arra a kérdésre, hogy milyen feladatok lesznek a jövő évben. „Nagyrészt az optikáról és az elektronikáról lesz szó” – árulja el. Akkor egy túlméretezett kulcsot vesz a kezébe és gondosan bezárja egykori munkássága színhelyének ajtóit.

Thorsten Naeser

EGY FEKETE DOBOZ SZERKEZETÉNEK MEGFEJTÉSE

Laborgyakorlat és versenyfeladat a nagyváradai Ady Endre Líceumban

Bartos-Elekes István
Nagyvárad, Románia

Móttó: Az egyszerű eszközök is alkalmasak a mély értelmű diákkísérletekre.

A nagyváradai Schwartz Emlékverseny

A verseny¹ – mint sok más verseny – lényegében egy feladatmegoldó próbából áll, de a kísérletező tanár gondolkodásmódját tükröző feladatok és az egyete-

mi tanárok, kutatók előadásai miatt, különbözik a többiektől. 1997-ben bevezettem a kísérleti adatok feldolgozási versenyét. A résztvevők egy kísérletet látnak, amely hasonlít az iskolában esetleg elvégzett kísérlethez, de eredményeiben mégis különbözik attól. Az egyszerű modelleken alapuló elméletek más eredményekre vezetnek, a látottak és a mértek

¹ <http://lady.rdsor.ro/~schwartz>



1. ábra. Az összeszerelt kísérleti berendezés.

egyes esetekben ellentmondanak az iskolában tanultaknak. A versenyző nem kap pontokba szedett útbaigazítást, csak ötleteket, vagy éppen semmit, hiszen a fizikusnak sem mondják meg, hogy mit fedezzen fel. Kizárólag a kapott mérési adatok alapján kell feloldania, és megmagyaráznia a látszólagos ellentmondást a (kor) tudása és a kísérleti eredmény biztonsága között. A jelen cikkben a XXIII. Emlékverseny (2013) kísérleti feladatának bemutatására és tanári szintű megoldására kerül sor. A sokéves verseny történetében először született tökéletes megoldás. Az egyik versenyző (*Takátsy János* – Városmajori Gimnázium, Budapest) nem ismerte a kapcsolás lényegét jelentő egyik eszközt, de a mérési adatok alapján kitalálta, majd leírta működését, és főleg kikerülte az általam állított jelenség- és adatsapdát. Kell ennél több egy tanárnak?

A kísérleti feladat bemutatása

A fekete dobozban egy passzív áramkörtől megépített kétpólust rejtettünk el. Ennek voltamperes karakterisztikája alapján kell megfejteni a belső kapcsolási rajzot. A feladat látszólag igen egyszerű, mert az adatok első ábrázolásakor a pozitív ágba egy parabolászerű görbét, a negatív ágba pedig egy kezdeti picit görbülettel induló, de igen meredek egyenest kapunk. A „megoldás” azonnali: a pozitív ágba egy nemlineáris elem, a negatívban egy félvezető dióda van! Mindkét állítás hibás, ezek csak a felületes adatfeldolgozás eredményei!

A kísérleti berendezés

Ez a kísérlet még a '90-es évek legelején született az iskolánk *Fizikum* nevű fizikai laboratóriumában. Az 1. ábrán az emlékversenyen bemutatott kísérleti berendezés fényképe látható. A cipős dobozba rejtett kapcsolás egyszerű áramkört tartalmaz. Az RXN-303D-II típusú feszültségforrás helipotál (helicoidális potenciométer) nagyon finoman szabályozható, stabil egyenfeszültséget szolgáltat, viszont a kijelzett feszültség- és áramértékei csak informatívak, a

mi igényeinknek nem felelnek meg. A fekete doboz kivezetett csatlakozói közötti U_{MN} feszültséget az UT61E-U négy és fél digitos, professzionális műszerrel mérjük, ennek belső, névleges ellenállása $10\text{ M}\Omega$, valójában $R_V = 11,08\text{ M}\Omega$. Az I_m áramerősséget egy másik UT61E-I mérőműszerről olvassuk le, ebben benne van a voltmérő által felvett igen kicsi áram is. A 2,2 mA alatti áramokat μA -ben, a 2,2 mA felettiket pedig mA-ben mérjük. A műszereink pontossága $\pm 0,1\%$.

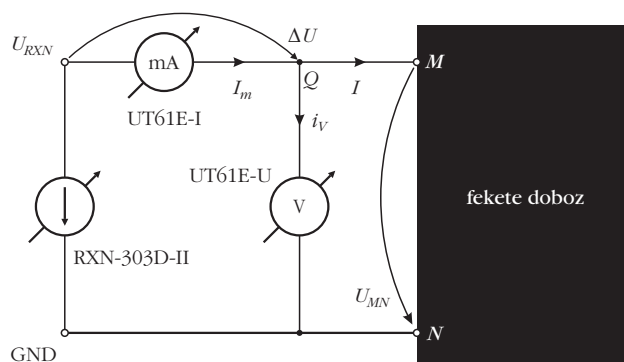
A mérőkapcsolás

A fekete dobozban csak egyszerű, passzív elektronikai alkatrészek vannak. Az összeszerelt kísérleti berendezés kapcsolási rajzát a 2. ábrán láthatjuk. A fentebb említett pontossági igény már az 1. ábrán is jelentkezik. A tápforrás műszereinek feladata a nagyságrend mérése három számjeggyel, de legfeljebb egy tizedessel, így ne csodálkozzunk azon, hogy az általam mért feszültség nem egyezik a műszereinkkel mért feszültséggel. Valójában még rosszabb az „egyezés”, mert az árammérő r_{mA} belső ellenállása $10,43\ \Omega$, ezen az $I_m = 10,921\text{ mA}$ -es áram $\Delta U = 114\text{ mV}$ -os feszültségesést hoz létre. Így a táp kapocsfeszültsége: $U_{RXN} = U_{MN} + \Delta U = 15,581\text{ V} + 114\text{ mV} = 15,695\text{ V}$, ezt mindkét műszerrel ellenőriztük, a különbség közöttük 5 mV ($0,03\%$). A feszültségmérő által felvett néhány tíz nA nagyságrendű i_V műszeráramot az adatfeldolgozáskor kivonjuk az árammérő által mért I_m áramból, a fekete dobozba csak $I = I_m - i_V$ áram jut.

A mérési adatok

A fekete doboznak csak két csatlakozási lehetősége van, vagyis bizonyára egy dipólus, ezért felvesszük a feszültség-áram karakterisztikáját. A feszültséget mindkét irányban – $0,00\text{ V}$ és $30,00\text{ V}$ között – finoman változtatjuk. Megtörténhet, hogy a kapcsolásban diódák is vannak, ezek karakterisztikája exponenciális, ezért a méréskor mindig a gyorsabban változó mennyiséget léptetjük finoman, így elkerülhetjük az „adatlyukakat”. Professzionális tápegységünk lehetővé teszi a nagyon kis lépésközt, de az iskolai gyakorlatnál csak egy áramkorlátozó ellenállással fékezhet-

2. ábra. Az összeszerelt kísérleti berendezés elektromos kapcsolása. A műszerek elhelyezésénél a minimális szisztematikus hiba elérése volt a cél.



1. táblázat

A fekete doboz feszültség-áram karakterisztikájának mérési adatai pozitív feszültségtartományban

Nr.	U_{MN} (V)	I (μ A, mA)	Nr.	U_{MN} (V)	I (mA)
0	0	0	20	11,042	4,523
1	0,0222	4,82	21	11,541	4,889
2	0,408	88,51	22	12,221	5,423
3	0,836	181,35	23	13,305	7,151
4	1,2801	277,4	24	14,987	9,950
5	1,8305	396,6	25	16,193	11,964
6	2,244	486,7	26	17,255	13,740
7	2,957	641,2	27	18,551	15,914
8	3,377	732,3	28	19,969	18,290
9	3,732	809,4	29	21,088	20,170
10	4,592	995,7	30	22,55	24,26
11	5,336	1157,0	31	23,87	29,81
12	6,205	1345,7	32	24,97	34,32
13	6,934	1557,8	33	26,15	39,20
14	7,144	1705,6	34	26,91	42,39
15	7,771	2,148	35	27,63	45,37
16	8,038	2,334	36	28,62	50,08
17	9,324	3,267	37	29,14	51,65
18	9,933	3,709	38	30,18	56,00
19	10,254	3,945	39	30,44	56,68

2. táblázat

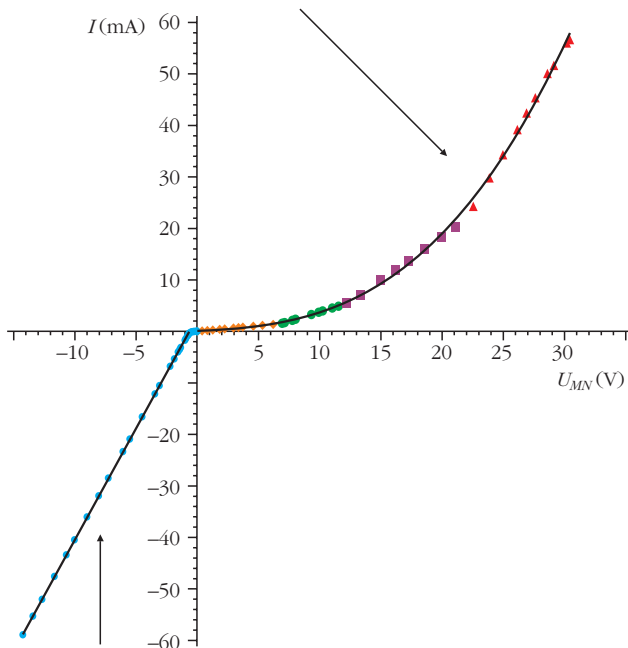
A fekete doboz feszültség-áram karakterisztikájának mérési adatai negatív feszültségtartományban

Nr.	U_{MN} (V)	I (μ A, mA)	Nr.	U_{MN} (V)	I (mA)
0	0	0	16	-1,8682	-5,366
1	-0,1108	-24,06	17	-2,2050	-6,805
2	-0,2292	-49,78	18	-3,083	-10,567
3	-0,3027	-65,98	19	-3,460	-12,173
4	-0,3753	-82,11	20	-4,494	-16,615
5	-0,4890	-131,99	21	-5,495	-20,928
6	-0,5945	-296,7	22	-6,064	-23,37
7	-0,6457	-435,7	23	-7,258	-28,53
8	-0,6889	-570,3	24	-8,049	-31,95
9	-0,7449	-765,1	25	-8,996	-36,06
10	-0,8025	-976,4	26	-10,014	-40,49
11	-0,9186	-1424,2	27	-10,685	-43,40
12	-0,9981	-1742,2	28	-11,654	-47,62
13	-1,3427	-3,161	29	-12,667	-52,05
14	-1,4295	-3,526	30	-13,411	-55,30
15	-1,5501	-4,029	31	-14,241	-58,94

jük meg az áram exponenciális növekedését. Kisebbszű feszültségeknél – a léptetési kritériumokat betartva – beszabályozzuk a feszültséget, leolvassuk a feszültség- és áramértékeket. A nagyobb feszültségeknél – a mérések után, az adatok feljegyzése idejére – a fekete doboz M csatlakozóját kihúzzuk, így elkerülhetjük az alkatrészek melegeledését, azaz paramétereik megváltozását. A pozitív ági mérési eredményeket az 1. táblázatban, a negatív ági méréseket a 2. táblázatban foglaltuk össze. Ezek a mérések nem tartalmazzák a

3. ábra. A fekete doboz teljes feszültség-áram karakterisztikája. U_{MN} (V) a fekete dobozra kapcsolt egyenfeszültség, I (mA) a fekete doboz által felvett áram.

$$U_{MN} \geq 0: I = 0,0016 \cdot U_{MN}^3 + 0,0101 \cdot U_{MN}^2 + 0,097 \cdot U_{MN} + 0,1032 \text{ (mA, V)}$$



$$U_{MN} \leq -1,865 \text{ V}: I = 4,328635 \cdot U_{MN} + 2,816111 \text{ (mA, V)}$$

voltmérő által felvett áramok miatti korrekciót, az i_V -t csak a számításokban vesszük figyelembe. A két táblázat mérési adataiban a mért I_m áram szerepel, de a továbbiakban alkalmazzuk a korrekciót, és csak a kiszámított

$$I = I_m - \frac{U_{MN}}{R_V}$$

árammal dolgozunk.

A kísérleti feladat megoldása

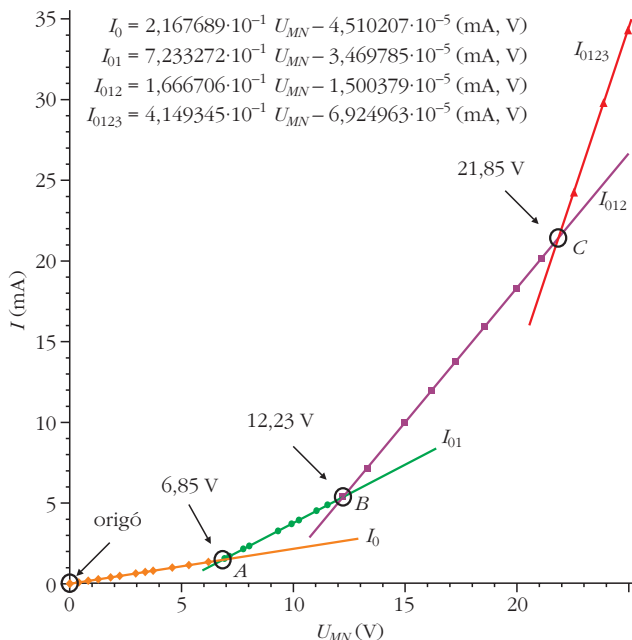
A mérési adatok első értelmezése

A fizikus a mérései befejeztével, „még melegen” ábrázolja a méréseit, majd a grafikon alapján megpróbálja értelmezni azokat. A méréseink összesített grafikonja a 3. ábrán látható.

A pozitív részben egy harmadfokú függvény igen jól illeszkedik a mérési pontokra, azonban közepén néhány mérés eltér a görbétől, ez akár mérési hiba is lehetne. Ebben a részben egy nemlineáris elem, esetleg egy NTC termisztor van. A görbe aszimmetriáját bizonyára egy dióda okozza.

A negatív részben a kezdeti görbület miatt egyértelmű egy dióda jelenléte sorban egy ellenállással, ezt az egyenes szakasz is igen jól mutatja.

Folytathatnánk a képzelgést, de – amint látni fogjuk – a mérések számszerű feldolgozása alapján létrejött valós kapcsolásnak semmi köze sincs az elmondottakhoz. Különben is, a harmadfokú görbével nem lehet „beljebb” menni a kapcsolásba, a termisztorral pedig nemigen valósíthatunk meg stabilan működő kapcsolást, mivel az áramjárta termisztor ellenállása a melegeedés következtében exponenciálisan függ a termisztor (abszolút) hőmérsékletétől. A negatív rész nullpont körüli görbéje kinagyítva egyáltalán nem exponenciális, így a dióda és egy ellenállás soros kapcsolása sem helyes elképzelés.

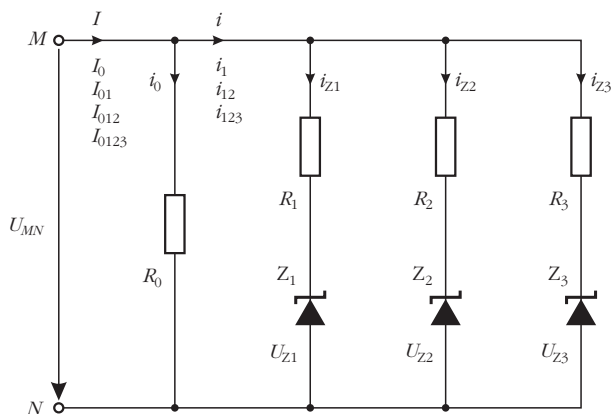


4. ábra. A fekete doboz feszültség-áram karakterisztikájának részlete. Az illesztő görbék találkozási pontjaiból a Zener-diódák letörési feszültsége olvasható ki.

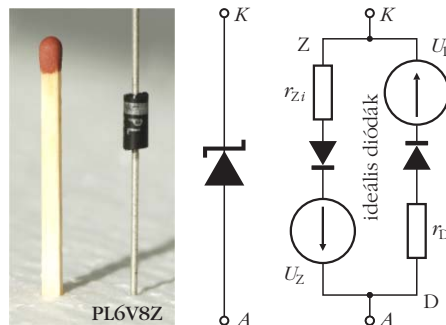
A pozitív feszültségtartomány mérési adatainak feldolgozása

Ha figyelmesebben megvizsgáljuk a pozitív részt, jól elkülöníthető, szinte tökéletesen egyenes szakaszokra bonthatjuk. A ferde és egyenes szakaszok ellenállásokhoz köthetők, az U_{MN} feszültség növelésével megjelenő, egyre meredekebb illesztő görbék pedig újabb ellenállások bekapcsolását jelzik. A „kapcsoló” csak egy bizonyos feszültségnél kezd működni, ezután bekapcsolva marad. A 4. ábrán a fekete doboz feszültség-áram karakterisztikájának részlete látható. A feladat megfogalmazásánál a mérési pontokat úgy osztottuk négy részre, hogy a szélső méréspontok néhány tized voltnyira legyenek a feltételezett törésponttól. Négy, teljesen egyenes mérőpontozott jött létre, amelyekre egy-egy egyenest illesztettünk, ezek ta-

6. ábra. A fekete doboz elképzelt belső kapcsolása, egyelőre az értékek megjelölése nélkül.



Az I áram indexe az R_0 és az aktív diódák áramát jelöli, az i áram indexe az aktív diódák áramát jelöli.



5. ábra. A Zener-dióda és az áramköri szempontból elképzelt egyenértékű belső kapcsolása. A diódán látható ezüst csík a D dióda katódját jelzi.

pasztalati egyenleteit feltüntettük a 4. ábrán. A fekete doboz által felvett I áramot a szakaszok kiindulási pontjának megfelelő indexekkel jelöljük, mindegyik új áram tartalmazza az előbbi szakasz áramát is. Az I_0 illesztő egyenese az origóból indul, iránytényezőjét kizárólag az R_0 ellenállás határozza meg, ezért kap 0 indexet. Az A és B pontok között az I_{01} azt jelenti, hogy az R_1 ellenállás is bekapcsolódott az áramkörbe. A fekete doboz által felvett áramot egyre több – a túllépett pontnak megfelelő – indexszel jelöljük. Az utolsó az I_{0123} , ez a legmeredekebb, vagyis a legkisebb ellenállás hozza létre. (Az I_{0123} nagy értékei miatt az utolsó szakasz vége kimaradt az ábrázolásból, így a függőleges felbontás a kétszeresére nőtt, ezáltal jól látszik az R_0 kis áramú karakterisztikája is.)

A kapcsoló

Amint az U_{MN} feszültség eléri az A , B és C pontoknak megfelelő feszültséget, az áram növekedési sebessége nagyobb lesz, vagyis egy-egy újabb ellenállás kapcsolódott be az áramkörbe. Mivel a feladat kiírásában csak passzív elektronikai alkatrészekről van szó, egyedül a Zener-dióda² (5. ábra) jöhet szóba. Minden más, feszültségérzékelőt és kapcsolót működtető rendszert csak aktív alkatrészekből állíthatunk össze. *Más megoldásról szó sem lehet!*

Az első ($0 \rightarrow A$) szakasz szerkezete

Az adattáblázat szerint az origóban nincs áram, az $I_0 = i_0$ illesztő görbéje teljesen egyenes, ebben a részben nem lehet semmilyen kapcsoló. Az áram szakaszos növekedéséből három, egyre nagyobb feszültségű

² Zener-dióda. Lényegében egy közösleges dióda, amelynek nyitófeszültsége körülbelül 0,66 V, de fordított irányban, az ellenőrzött lavinatartományban (letörési feszültség, Zener-feszültség) dolgozik. Az egyszerű diódák a lavinatartományban tönkremennek! A Zener-feszültséget a szennyeződések adagolásával változtatják meg. Áramköri szempontból egy Zener-dióda egyenértékű egy közösleges dióda (D) és egy fordított-párhuzamosan kötött, az ellenőrzött lavinatartományban működő diódával (Z). Mindkét oldalra jellemző a saját belsőellenállásuk (r_{Di} és r_{Zi}). A Zener-dióda az iránynak megfelelő nyitási vagy letörési feszültség elérése után mindkét irányban vezet az áramot. D diódaaként csak a jobb oldali, Z Zener-diódaaként csak a bal oldali ág vezet. Valójában mindkét irányban levő dióda karakterisztikája igen meredek és exponenciális.

Zener-diódára számítunk, ezt láthatjuk a 6. ábrán. Innen számítjuk ki az I_0 értékét (amíg nem nyit ki a Z_1 Zener-dióda, addig $I_0 = i_0$):

$$I_0 = \frac{U_{MN}}{R_0}. \quad (1)$$

Az illesztő egyenes egyenlete:

$$I_0 = m_0 U_{MN} + n_0, \quad (2)$$

ahol m_0 az irányítványozó, n_0 a tengelymetszet. A 4. ábrán látható táblázatból mindegyik illesztő egyenesre megkaphatjuk ezeket az adatokat. Az I_0 irányítványozója $m_0 = 2,167689 \cdot 10^{-1}$ mA/V, a tengelymetszete $n_0 = -4,510207 \cdot 10^{-5}$ mA.³

Az (1) és (2) egyenletek összehasonlításából kiszámíthatjuk az R_0 ellenállás értékét:

$$R_0 = \frac{1}{m_0} = \frac{1}{2,167689 \cdot 10^{-1}} \frac{\text{V}}{\text{mA}} = 4,613 \text{ k}\Omega. \quad (3)$$

A feladat konstruktőreként örömmel látom, hogy ez egy igen jó eredmény, van remény a megoldásra!

A második ($A \rightarrow B$) szakasz szerkezete

Az AB szakasz I_{01} áramának növekedési sebessége megnőtt az I_0 növekedési sebességéhez képest. Ezt a változást csak az R_1 ellenállás okozhatta. Amint az U_{MN} feszültség túllépi az U_{Z1} értékét, a Z_1 is vezetni kezd, a vele sorba kötött R_1 ellenállás áramot vesz fel a végein megjelenő $U_{MN} - U_{Z1}$ feszültségnek megfelelően (6. ábra):

$$i_{Z1} = \frac{U_{MN} - U_{Z1}}{R_1} \quad (4)$$

(kívülről ezt nem látjuk és nem mérjük). Az i_0 áram értéke az U_{MN} irányától függetlenül mindig így fejezhető ki:

$$i_0 = \frac{U_{MN}}{R_0} \quad (5)$$

(kívülről ezt I_0 -nak látjuk, és mérjük). A fekete doboz által felvett $I_0, I_{01}, I_{012}, I_{0123}$ áram indexe az R_0 és az aktív ágak áramainak összegét jelöli, az i_1, i_{12}, i_{123} belső áramoknál fizikailag is kizártuk az R_0 által felvett i_0 áramot. Az i_{Z1}, i_{Z2} és i_{Z3} jelöli a többi belső ágáramot. A Z_2 Zener-dióda letörési feszültségéig a kapcsolásban csak az R_0, R_1 és a Z_1 létezik, tehát a kapcsolás által felvett I_{01} áram értéke:

³ A hét számjegyes pontosságra csak a számításoknál van szükség, mivel az egymáshoz közeli értékek különbsége nagyon érzékeny a mérési hibákra. A végeredményt majd műszereink pontossági osztályának megfelelő számjeggyel adjuk meg. A néhány tíz nA nagyságrendű szabad tag – a mérések szórása miatt – az egyenes illesztésekor keletkezett, igen kicsi értéke méréseink nagy pontosságát jelzi. A zéró csak a matematikában létezik!

$$I_{01} = i_0 + i_{Z1} = \frac{U_{MN}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}} - \frac{U_{Z1}}{R_1}. \quad (6)$$

Az (5) és (6) képleteknek megfelelő mérőpontokra illesztett egyenesek egyenletei:

$$I_0 = m_0 U_{MN} + n_0, \quad (7)$$

valamint

$$I_{01} = m_{01} U_{MN} + n_{01}. \quad (8)$$

A (7) és (8) egyenletekből megkapjuk az egyenesek metszéspontját, vagyis a Z_1 Zener-dióda U_{Z1} letörési feszültségét (a metszéspontban $U_{Z1} = U_{MN}$):

$$U_{Z1} = \frac{n_{01} - n_0}{m_0 - m_{01}}. \quad (9)$$

Ha összevetjük a (7) és (5), valamint a (8) és (6) egyenleteket, könnyen beláthatjuk, hogy:

$$m_0 = \frac{1}{R_0} \quad (10)$$

és

$$m_{01} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1}. \quad (11)$$

A Z_1 dióda nyitása után I_{01} és az I_0 áramok különbsége egyenlő az áram növekedésével, ezért a (6) és (5) egyenletekből képezzük a fizikai áramkülönbséget:

$$I_{01} - I_0 = \frac{U_{MN}}{R_1} - \frac{U_{Z1}}{R_1}. \quad (12)$$

Ugyanezt kiszámíthatjuk a (8) és (7) illesztési egyenletek különbségéből is:

$$I_{01} - I_0 = (m_{01} - m_0) U_{MN} + (n_{01} - n_0). \quad (13)$$

A (12) és (13) egyenletek összevetéséből könnyen megkapjuk az R_1 ellenállás értékét:

$$R_1 = \frac{1}{m_{01} - m_0}. \quad (14)$$

Az U_{MN} feszültség további növelésekor belépő többi áramkört is hasonló módon járunk el. Mindegyik esetben kiszámítjuk a két illesztő egyenes metszéspontját, majd az irányítványozók különbségének inverzéből a megfelelő soros ellenállást.⁴ A számítások elvégzése után a Zener-diódák belső ellenállását is

⁴ A mérési hibákra igen érzékeny, azonos nagyságrendű számok különbségeinek hányadosaiból álló képletek láttán elfogadjuk a hét számjegyes paraméterek szükségességét.

3. táblázat	
Első eredmények a pozitív feszültségtartományban	
$U_{Z1} = (n_{01} - n_0) / (m_0 - m_{01}) = 6,85 \text{ V}$	$R_1 = 1 / (m_{01} - m_0) = 1,974 \text{ k}\Omega$
$U_{Z2} = (n_{012} - n_{01}) / (m_{01} - m_{012}) = 12,23 \text{ V}$	$R_2 = 1 / (m_{012} - m_{01}) = 1,060 \text{ k}\Omega$
$U_{Z3} = (n_{0123} - n_{012}) / (m_{012} - m_{0123}) = 21,85 \text{ V}$	$R_3 = 1 / (m_{0123} - m_{012}) = 402,8 \Omega$

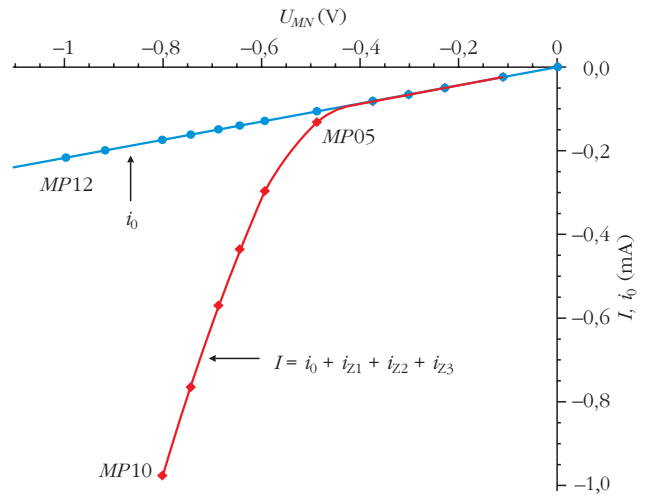
figyelembe kell majd vennünk, de előbb értéküket kell meghatározni. Az eddigiek alapján a 3. táblázatban látható képletgyűjteményt és eredményeket kaptuk.

Az origó körüli mérési adatok feldolgozása

A pozitív értéktartomány tanulmányozása után már nem fogadhatjuk el a számítások nélküli elképzelést a negatív feszültségtartományban. Akármilyen legyen a negatív ágban, az R_0 ellenállás nem szűnhet meg, az „átnyúl” a negatív tartományba is. Mindegyik Zener-dióda D diódája aktív lesz, egyenként sorosan kötve az R_1 , R_2 és R_3 ellenállásokkal, és ott marad a párhuzamosan kötött R_0 ellenállás is. A 7. ábrán a mért I áram mellé berajzoltuk az R_0 által felvett, kiszámított i_0 áramot is. Látszik, hogy az I áram görbéje 0,6 V körül erősen nőni kezd, de egyáltalán nem exponenciális, ráadásul benne van az i_0 is. Ezután lényegében, a párhuzamosan kötött R_1 , R_2 és R_3 ellenállások határozzák meg a jóval nagyobb felvett áramot. Az R_0 ellenállás által felvett áramot az első 13 (MP00, ..., MP12) mérési pontban, az R_0 , R_1 , R_2 és R_3 által felvett áramot pedig az első 11 (MP00, ..., MP10) mérési pontban ábrázoltuk. A mérésekből egyelőre nem látható a diódás áramkör és az R_0 ellenállás szétválasztásának lehetősége.

A negatív feszültségtartomány mérési adatainak feldolgozása

Mivel az R_0 mindig jelen van, és jelenléte csak lineáris jelenségekhez vezethet, megpróbáljuk legalább papíron eltávolítani. Ha a negatív ági árammérésekből kivonjuk az R_0 által felvett áramot, akkor csak az R_1 , R_2 és R_3 ellenállások maradnak sorosan a Zener-diódák saját D diódáival. A 8. ábrán a fekete doboz feszültség-áram karakterisztikájának negatív ági árama és a pozitív ágból átnyúló R_0 által felvett i_0 áramgörbe látható. Az I értékeit mértük, a mérőpontok valódiak, viszont az illesztő egyenest csak az egyenes szakasz (MP16, ..., MP31) mérési pontjaira illesztettünk, mert a mérések elején lévő diódák karakterisztikáját nem kaphatjuk meg a mostani méréseinkből. Az i_0 mérés nem hozzáférhető, azt egyenként az ábrázolandó U_{MN} feszültségértékekre a pozitív ági illesztő egyenestől számoltuk ki. A két egyenest leíró függvény különbségéből megkapjuk az i_{123} áramot az MP16 és MP31 mérési pontok között:



7. ábra. A negatív ági áramok az origó körül. Az I áram mérőpontjaira kézzel fektettük a körülbelüli illesztő görbét.

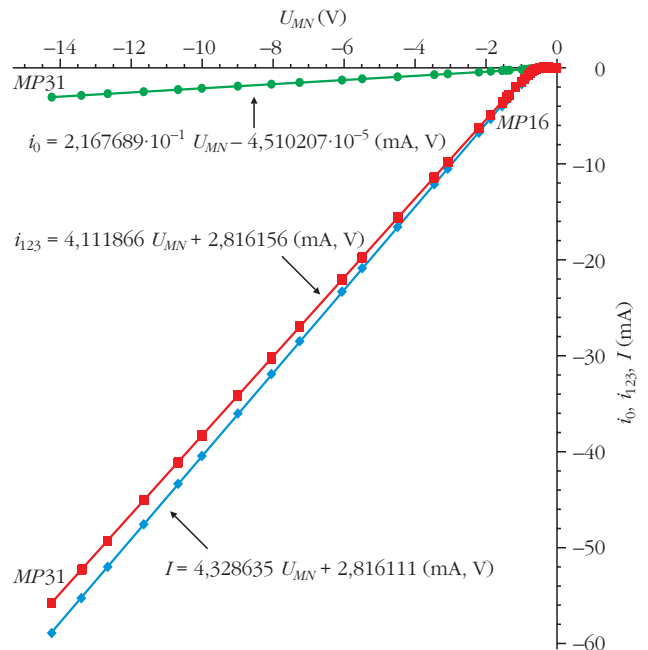
$$i_{123} = 4,111866 \cdot U_{MN} + 2,816156 \quad (15)$$

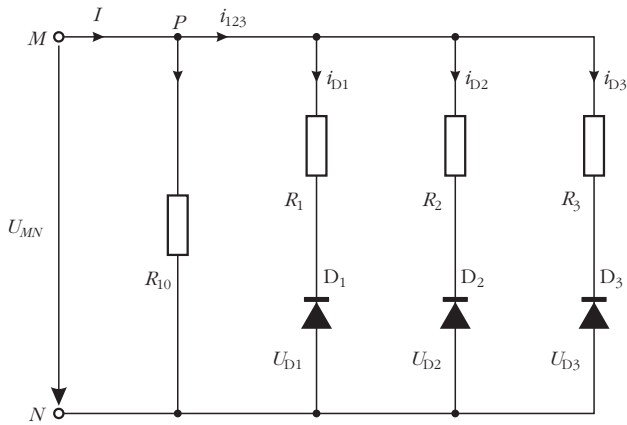
(mA és V egységekben). A (15) egyenletből az $i_{123} = 0$ -ra kiszámítjuk a három D dióda közös U_D nyitófeszültségét:

$$U_D = -\frac{2,816156 \text{ mA}}{4,111866 \text{ mA/V}} = -0,685 \text{ V}. \quad (16)$$

Az MP15-től az origóig az I áram mérőponti értékeiből kivonjuk az R_0 ellenálláson átfolyó, kiszámított áramot, és illesztő görbe nélkül, csak új mérőpontokat rajzolunk. Az eredeti értékeket természetesen meghagyjuk, ezért negatív áramokat és feszültségeket látunk, de a D diódák anód-katód irányából ezek pozitív értékek. A 8.

8. ábra. A negatív feszültségek elején egy dióda feszültség-áram karakterisztikája van kialakulóban. A fekete doboz által felvett áramból kivontuk az R_0 áramát, így kaptuk meg a három dióda és az R_1 , R_2 valamint az R_3 ellenállások együttes karakterisztikáját.





9. ábra. A fekete doboz negatív ági elképzelt kapcsolási rajza. A három dióda nyitófeszültsége közel azonos, ezért ellenállásaik, a diódák megnyitása után, gyakorlatilag párhuzamosan kapcsolódnak.

ábrán jól látszik az R_0 árama nélküli nyitókarakterisztika, majd a belépő R_1 , R_2 és R_3 ellenállások által felvett áramok tökéletesen egyenes karakterisztikája.⁵

A negatív ági kapcsolás

A 9. ábrán a fekete doboz negatív ági feltételezett kapcsolási rajza látható. A kapcsolást a 8. ábra három illesztő görbéje alapján képeztük el. Ha bebizonyosodik, hogy az i_{123} illesztő egyenes iránytényezője nagyságrendileg megegyezik a pozitív ági i_{123} illesztő egyenes iránytényezőjével, akkor az elképzelt kapcsolás, helyes. A 9. ábrán látható kapcsolás alapján a P csomópontra felírhatjuk az első Kirchhoff-törvényt:

$$I = i_0 + i_{D1} + i_{D2} + i_{D3} = \frac{U_{MN}}{R_0} + \frac{U_{MN} - U_{D1}}{R_1} + \frac{U_{MN} - U_{D2}}{R_2} + \frac{U_{MN} - U_{D3}}{R_3}. \quad (17)$$

A tapasztalat azt mutatja, a diódák nyitófeszültsége szinte azonos (a különbség maximum 30 mV), ezért mindhármát U_D -vel jelöljük, majd rendezzük a (17) egyenletet:

$$I = U_{MN} \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - U_D \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right). \quad (18)$$

Az R_0 által felvett áram:

$$i_0 = \frac{U_{MN}}{R_0}. \quad (19)$$

A (18) és (19) képletek alapján felírjuk a két áram különbségét:

$$i_{123} = I - i_0 = U_{MN} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - U_D \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right). \quad (20)$$

⁵ Ebben egy kis csalás is van, mert az i_{123} áramot a két illesztő egyenes függvényértékei különbségéből számítottuk ki, hiszen az a fekete dobozban nem hozzáférhető.

Ezt látjuk a 8. ábrán is. A sötétebb illesztő görbe a biztosan egyenes I és az i_0 illesztő függvények értékeinek különbségéből jött létre. Az i_{123} egyenes iránytényezőjéből kiszámíthatjuk a párhuzamosan kötött három ellenállást, a tengelymetszetből pedig a diódák közös nyitófeszültségét. A negatív ági három, párhuzamosan kötött ellenállást jelölje nR_{123} . A (15) és a (20) különböző formájú képletek összehasonlításából kapjuk:

$$m_{123} = 4,111866 \text{ mA/V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{nR_{123}}, \quad (21)$$

valamint

$$n_{123} = 2,816156 \text{ mA} = -U_D \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right). \quad (22)$$

A számításokat elvégezve a következő eredményekre jutunk:

$$nR_{123} = 243,20 \text{ } \Omega \text{ és } U_D = -0,685 \text{ V}. \quad (23)$$

A három dióda gyakorlatilag párhuzamosan kötött, egyenkénti néhány ohmos ellenállását az áramkörben megtalált ellenállásokhoz képest most elhanyagoljuk. A pozitív ágban meghatározott három ellenállásnál sem vesszük figyelembe a Zener-diódák belső ellenállásait, kiszámítjuk a pR_{123} (pozitív ági R_{123}) ellenállást, majd összehasonlítjuk őket:

$$pR_{123} = 254,29 \text{ } \Omega \text{ és } nR_{123} = 243,20 \text{ } \Omega, \quad (24)$$

amiből

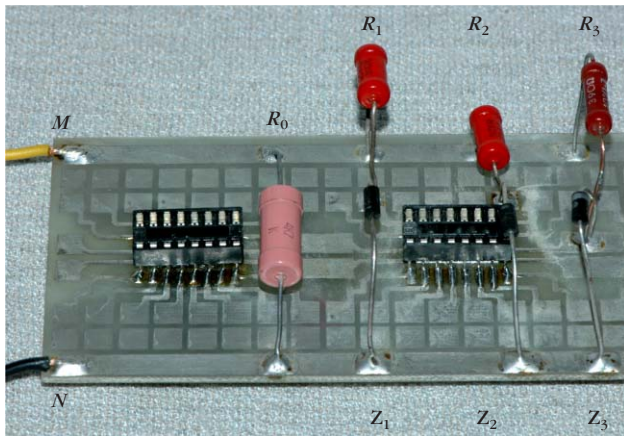
$$\Delta R_{123} = pR_{123} - nR_{123} = 11,09 \text{ } \Omega$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_{123}}{2} = \frac{pR_{123} + nR_{123}}{2} = +4,46\% \quad (25)$$

A meghirdetett összehasonlításnak nincs értelme, mert a pozitív ágban a Zener-diódák nagy belső ellenállása komolyan befolyásolja az iránytényező értéket. A feszültség- és árammérések pontossága jóval $\pm 1\%$ alatt van, ezért az $\varepsilon = +4,46\%$ -os értékkülönbség okát meg kell keresnünk. *Ugyanaz az ellenálláscsoport az egyik ágban nem lehet jóval nagyobb, mint a másikban!* A katalógusokban talált belsőellenállásértékek sokat csökkentenek a különbségen, de még mindig megmaradt a (25) képletben jelzett hiba fele. *A fekete doboz méréseiből ennyire futotta!* Megtaláltuk a 6. ábra szerinti kapcsolást és az alkatrészek értékeit, vagyis megoldottuk a feladatot. Az új rajzot a belső ellenállások kimérése után adjuk meg. A katalógusadatokat nem kaptuk meg, azokhoz nincs jogunk!

Elképzeléseink ellenőrzése – igazolása

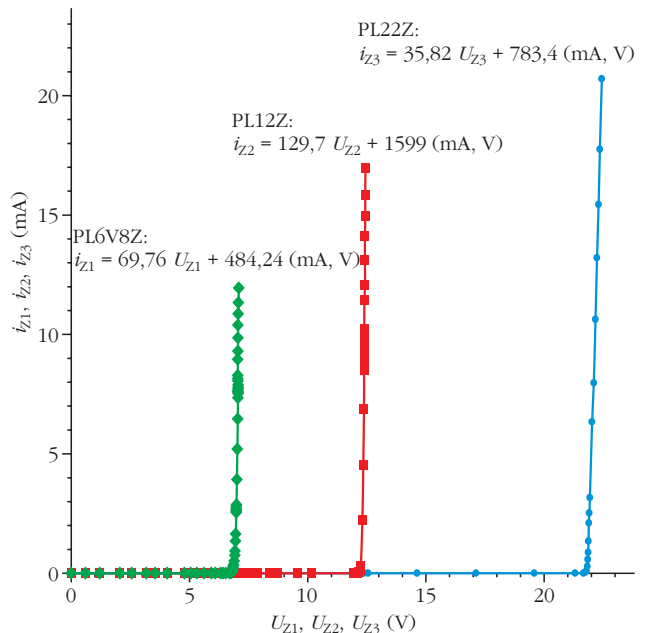
Minden rendelkezésre bocsátott adatot felhasználtunk, most ellenőrizhetjük a doboz belső szerkezetét. Kinyitjuk. A fekete doboz kapcsolását egy integrált-áramkö-



10. ábra. A fekete doboz belseje.

rös próbalapra szereltük (10. ábra). A bal oldalon az R_0 van, majd a Zener-diódák és ellenállásaik következnek. Az ellenállások és a Zener-diódák lábait nem vágtuk le, így – a próbaplattól távolságot tartva – a mérések közben a kis ventilátor hatásosabban hűti őket.

A továbbiakban felhasználjuk az eddigi nem publikus mérési adatokat. A feszültség-áram karakterisztika felvételekor a Zener-diódák feszültségirány szerinti, más-más belső ellenállásaira gondolva, lejegyeztük a diódák katód-anód feszültségeit, az áram pedig visszaszámítható. Arra vigyáztunk, hogy a letörési és nyitási zónában sok mérési pontunk legyen, de nem mindet tettük közzé. Továbbra is megtartjuk az eredeti feszültségirányokat, különben az eddigi grafikonok érthetetlenek lennének. A 11. ábrán a fekete doboz Zener-diódáinak feszültség-áram karakterisztikái láthatók, a mérőpontokat lázgörbeszerűen kötöttük össze. Az egyenes szakaszokra illesztett első fokú közelítő görbék (ezek nem látszanak, csak az egyenleteik) segítségével meghatároztuk a diódák Zener-üzemű r_{zi} (Ω) egyedi belsőellenállásait (4. táblázat). Ezek az ellenállások elkerülhetetlenül hozzáadódtak az általunk beszerelt ellenállásokhoz, mi sorba kötve láttuk őket. Még megvizsgáljuk a negatív ági valódi diódák karakterisztikáit is, hiszen csak így állíthatjuk, hogy a kapcsolás Zener-diódákat tartalmaz. A 12. ábrán a Zener-diódák klasszikus diódáinak feszültség-áram karakterisztikái láthatók, a mérőpontokat lázgörbeszerűen kötöttük össze. A közel egyenes szakaszokra illesztett első fokú közelítő görbék (ezek nem látszanak, csak az egyenleteik) segítségével meghatároztuk a diódák r_{Di} (Ω) egyedi belső ellenállásait (4. táblázat). Ezek az ellenállások kisebbek a



11. ábra. A fekete doboz Zener-diódáinak utólagosan felvett pozitív ági feszültség-áram karakterisztikái az egyenes szakaszok illesztő görbéivel.

Zener-üzemű belső ellenállásoknál, és elkerülhetetlenül hozzáadódtak az általunk beszerelt ellenállásokhoz, mi sorba kötve, és az egészet párhuzamosan kötve mértük meg. Mindkét karakterisztikán feltüntetjük az illesztő görbék egyenletét, de a könnyebb azonosítás végett ott van a Zener-dióda E24-es értéksorozat⁶ kereskedelmi jelölése⁷ is. Két, egymástól függetlenül jelenségről lévén szó, a két grafikon görbesorrendje természetesen nem azonos.

A kísérletileg meghatározott értékek (4. táblázat) alapján megkíséreljük a (25) képlet „újratárgyalását”. Most figyelembe vesszük a Zener-diódák belső ellenállásait mindkét irányban. A 3. táblázatból megkapjuk az R_1 , R_2 és R_3 ellenállások meghatározott értékét, ezekből egyenként levonjuk az r_{zi} belső ellenállásokat. Ezután kiszámítjuk a „tisztá” pozitív ági ellenállások párhuzamos kapcsolását: $pR_{123} = 242,244 \Omega$. A negatív ágban a 8. ábra m_{123} iránytényezőjéből megkapjuk az általunk kimért, az adatok alapján szétválaszthatatlan ellenállásértéket: $1/m_{123} = 243,199 \Omega$. A három diódát párhuzamosan kötöttnek képzeljük el, mert a mintegy 30 mV-os nyitási feszültségkülönbség (12. ábra) a több voltos teljes feszültséghez képest elhanyagolható áramkülönbséget okoz. A pótlólagos méréseinkből származó 4. táblázatból kiszámítjuk a három dióda párhuzamosan kötött r_{Di} belső ellenállá-

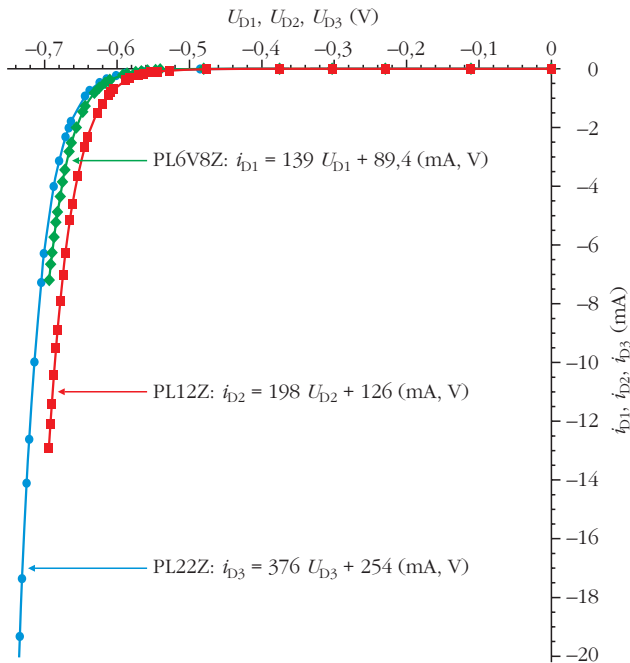
4. táblázat

A Zener-dióda kísérletileg meghatározott paraméterei

dióda	U_z (V)	m_z (mA/V)	r_{zi} (Ω)	m_D (mA/V)	r_{Di} (Ω)
PL6V8Z	6,85	69,76	14,3	139	7,2
PL12Z	12,23	129,7	7,7	198	5,1
PL22Z	21,85	35,82	27,9	376	2,7

⁶ E24 értéksorozat. Nemzetközi szabvány. Egy értékdekádát 24 szakaszra bontanak, ezek a szakaszok összeérnek, vagy kis átfedésben vannak, így sikerül teljesen elkerülni a nem megfelelő érték miatti selejtet. Minden legyártott alkatrész valamelyik szakaszba tartozik. A sorozat elemeit egy állandó szorzó segítségével számítják ki, ennek értéke $k = 10^{1/24}$. Az E24 sorozat elemeinek a túrése $\pm 5\%$.

⁷ A Zener-diódák jelölése. Egyes gyártóknál semmitmondó sorzámmal, másoknál a szabványos E24-es sorozatú munkafeszültség megadásával történik. Például a PL6V8Z egy 6,8 V-os, a PL12Z egy 12 V-os, a PL22Z egy 22 V-os Zener-dióda, mindannyian 1,3 W-osak.



12. ábra. A fekete doboz Zener-diódáinak utólagosan felvett *negatív ági* feszültség-áram karakterisztikái. Jól látszik az exponenciális jellegű görbesereg, vagyis itt valódi diódák vannak!

sainak ellenállását, majd kivonjuk az iránytényezőből megkapott egyenértékű ellenállásból. A kapott érték a valódi negatív ági ellenállások párhuzamos kapcsolásának értéke: $nR_{123} = 241,796 \Omega$. A (25) képlethez hasonló módon kiszámítjuk a két ellenálláscsoport ΔR_{123} különbségének a két ellenállás átlagértékéhez viszonyított hányadosát, majd a százalékos meghatározási pontosságot a pozitív ági meghatározáshoz képest:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_{123}}{pR_{123} + nR_{123}} = 0,18\%. \quad (26)$$

Hasonlóan jó eredményeket kapunk a három pozitív ági ellenállás meghatározott és valódi vR_{123} értékeinek összehasonlításakor ($vR_{123} = 243,305 \Omega$, $\Delta R_{123} = pR_{123} - vR_{123} = 1,062 \Omega$):

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_{123}}{vR_{123}} = 0,44\%. \quad (27)$$

A feladat megoldásának végeredménye

A (26) és a (27) képlet alapján töröljük a fentebb leírt megállapítás bennünk megmaradt részét: „A meghirdetett összehasonlításnak nincs értelme”, illetve kijelentjük, hogy a mélyebb elemzéskor van értelme, és az elképzeléseinket maximálisan igazoltuk. Ezek alapján megadhatjuk a fekete doboz teljes kapcsolását (13. ábra). A beszerelt alkatrészeket a névleges értékkel és zárójelben a négy és fél digitos műszerünk által mért értékekkel tüntettük fel. A dőlt betűs ellenállásértékek csak a pozitív ági meghatározások eredményei, hiszen a negatív ágban nem tudtuk „szétszed-

ni” az ellenállásokat. A Zener-diódák belső ellenállását a katódjuk mellé, a negatív ági belső diódák ellenállását az anódjuk mellé írtuk. Az adatok értékelésekor figyelembe kell vennünk, hogy a névleges értékek az E24-es sorozatból kerültek ki, a tűrésük szabványosan $\pm 5\%$, de itt az általunk nagy pontossággal megmért értékek (*a zárójelben*) a mérvadók.

Végeredmény

Csak a rendelkezésre álló mérési adatok alapján meghatároztuk a fekete doboz belső szerkezetét, a meghatározási pontosság egy pótlólagos méréssel 1% alá javult.

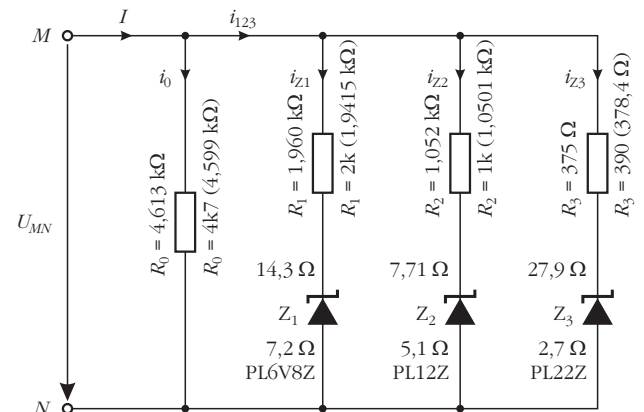
Hibaforrások

Ez a szintézisfeladat megoldása szinte másról sem szólt, mint a hibaforrások elkerüléséről. A hálózatanalízis esetében, ha a feladat elvileg megoldható, mindig egyértelmű megoldás születik. A szintézisnél, ráadásul a nemlineáris elemeket is tartalmazó kapcsolásoknál, nincs egyértelmű megoldás, csak az eredeti kapcsolás jó vagy jobb megközelítése. A néhány bemutatott megoldás mellett sok próbálkozásunk volt, de feladatajánlóként, mindig kiszámolhattuk a meghatározási hibákat. Az adott körülmények között a bemutatott megoldás adta a legnagyobb pontosságot.

Mégis maradtak hibaforrások, amelyek a fekete dobozos típusú feladat miatt elkerülhetetlenek voltak:

- Nem vehettük figyelembe a Zener-dióda maradékáramát, amely az ellenőrzött lavinahatás előtti szakaszban jelenik meg, ennek nagysága néhány tíz nA. Az R_0 ellenálláson átfolyó áram közelítő függvénye tartalmaz egy körülbelül 100 nA nagyságrendű áramot, amely a három Zener-dióda exponenciális maradékáramainak összegét jelenti, ezt nem tudtuk kikerülni.
- A Zener-diódák nem rendeltetésszerű alkalmazása jelenti a legnagyobb hibaforrást. A Zener-diódákat nem változó terhelésű üzemmódról tervezték, ezen kívül a nagyobb munkafeszültségű diódák belső ellenállása 10-30 Ω nagyságrendű, a Zener-feszültség pedig változik a terheléssel. A PL22Z Zener-dióda a

13. ábra. A fekete doboz kapcsolása a névleges, a beszerelt és a meghatározott ellenállásértékekkel.



változó üzemű alkalmazásra jellegzetesen nem felel meg, azért került rá a választás, hogy létrejöhessen a nemlineáris jelleg miatti bizonytalanság. Először három sorba kötött PL7V5Z diódát alkalmaztunk, ott nem észleltük ezt a jelenséget.

- A negatív ágba a lényegében egyforma D diódák munkapontjai a nagyon különböző R_1 , R_2 és R_3 ellenállások miatt feszültségben távolabb esnek egymástól, így az elképzelt párhuzamos kötés a kis feszültségeknél egy kissé sántít. A mérési adatok hiányában, más lehetőségünk nem volt!

- Kevés a mérési pont. Kevés úgy általában, de hiányzik a sűrű mérés a diódák letörési szakasza előtt. Ez szándékos volt. Így észrevehetővé váltak az egyes szakaszok, de a sok mérési pont „ingyen” segített volna a Zener-diódák felismerésében, ezt próbáltuk meg kivédeni.

- A 12. ábrán látható görbesereget egyesített formában külön mérések nélkül is megkaphattuk volna, ha a már meghatározott pozitív ági ellenállásokat párhuzamosan kötve, majd ezt sorosan képzeljük el a három párhuzamosan kötött diódával. A negatív ági mért I áramból kivonjuk az i_0 áramot, majd kiszámítjuk a diódákon levő U_D közös feszültséget, és megkaphatjuk a három dióda közös karakterisztikáját. Mivel az U_{MN} feszültség az U_D feszültség ötvenszeresét is eléri, a különbségképzés miatt az U_D meghatározottsága igen gyenge, még az igényes négy és fél számjegyes műszerek esetén is nagy szórások keletkeznek az U_D -ben. Ezt a lehetőséget kipróbáltuk, de a „csúnya” grafikon miatt, elvetettük.

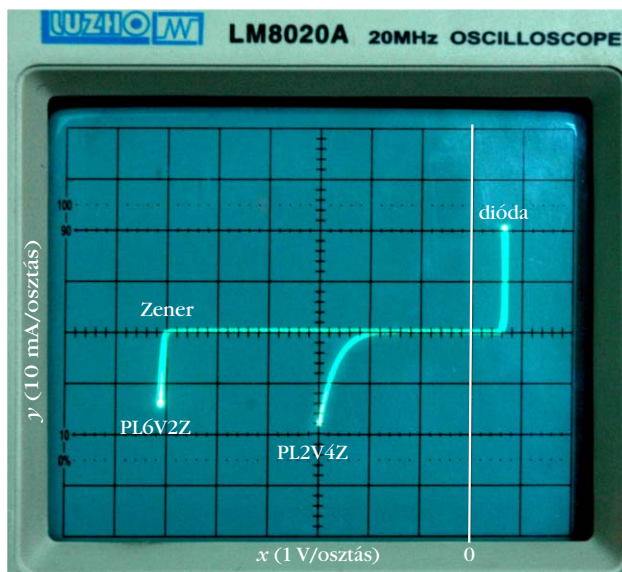
- A Fizikumban a diákok rendelkezésére áll egy katalógus is, amiből megnézhetik a belső ellenállások körülbelüli értékét, de a mi esetünkben inkább a pontosabb pótmérést alkalmaztunk.

A kísérlet hozadéka

Az alkalmazott módszer rámutat egy komplex kapcsolás elemeinek a csak „külső” mérések alapján való megtalálására, azaz *sikerült szintetizálnunk egy komplex áramkört*.

- Sikerült azonosítanunk három ellenállást és három „diódát” a nagyobb pozitív feszültségek tartományában, valamint három „diódát” a kisebb negatív feszültségek tartományában, azaz azonosítottunk három Zener-diódát. Ezenkívül észrevettük, hogy van egy „örökös” ellenállás is, az R_0 , ennek hatását, ha szükséges volt, sikerült matematikailag kiszűrni.

- Alkalmaztuk az analitikus mértannal kombinált pontos mérésértékelést, a grafikonokban rejlő információk kibányászását, ez sokat segített majd a nemli-



14. ábra. Két Zener-dióda összehasonlításra szánt feszültség-áram karakterisztikája. A mi grafikonjainkkal ellentétben a pozitív irányt az AK irány adja.

neáris jelenségek (szabadesés, a félvezető potenciál-gátja, radioaktív felezési idő, Poisson-görbék) adatainak feldolgozásában.

- A Fizikumban az adatokat nem Excelben, hanem sajátfejlesztésű programokkal kezeljük, így a diákok nem csak számolnak az adatokkal, de tudják is, hogy mit és hogyan számoltak ki!

- Mottónkhoz visszatérve, megállapíthatjuk, hogy egy igen egyszerű, a „semiből” is előállítható, sok mérőhelyes laborgyakorlat is alkalmas lehet a mély értelmű diákkísérletekre.

Ráadás

A Fizikumban a nemlineáris elemek (diódák, tranzisztorok) bemutatásakor egy sajátfejlesztésű berendezéssel oszcilloszkópon is bemutatjuk a viselkedésüket, feszültség-áram karakterisztikájukat. Ennek óriási előnye az azonnali megjelenítés, és a beavatkozás hatásának azonnali láthatósága. Jellemző példa a Si- és Ge-tranzisztorok karakterisztikájának lényeges különbözősége. Érthetőbb a szintén sajátfejlesztésű számítógép-vezérelt rendszereinknél. A 14. ábrán egy kicsi és egy nagy belső ellenállással rendelkező Zener-dióda teljes karakterisztikája látható. Az oszcilloszkóp XY-módban van, de az áramjeleket váltott üzemmódban rajzoljuk fel egy elektronkapcsoló segítségével. A kép még az órán készült (a diákok is próbálkoznak), a feliratokat pedig a későbbi számítógépes feldolgozáskor kapta.

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682

A Társulat Internet honlapja <http://www.elft.hu>, e-postacíme: elft@elft.hu

Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős kiadó Újfalussy Balázs főltikár, felelős szerkesztő Szatmáry Zoltán főszerkesztő.

Kéziratokat nem őrzi meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Áttila ügyvezető igazgató.

Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.

Megjelenik havonta (nyáron duplaszámmal), egyes szám ára: 900.- Ft (duplaszámé 1800.- Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015-3257 (nyomtatott) és HU ISSN 1588-0540 (online)