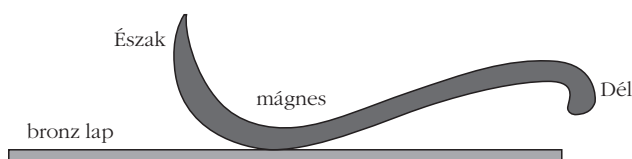


A mágnesség titokzatos jelensége több mint 3000 éve izgatja a kíváncsi emberek fantáziáját. *Plinius* római történetíró idézett egy legendát, amely szerint egy *Magnesz* nevű görög pásztor tapasztalta először, hogy hegyi legelőjén egy kődarab magához ragadja vashegyű botja végét. Azt a *mágnesz-vasérc* (*magnetit*) darabot bizonyára egy villám erős árama tudta olyan vonzóvá, mágnessé tenni. *Szókratész* megemlíti, hogy a mágnesz-vaséccel mágnesezni lehet egy vaspálcát. Az ókori Egyiptomban úgy tartották, hogy a mágnesz-vasérc a Föld istennő unokájának csontja és *Kolumbusz* előtti maya legendák is szólnak a mágneses vasércről. Korábban más jelenségeknél nem volt tapasztalható mágnesezésekhez hasonló rejtélyes erő, amikor két test látható összeköttetés nélkül vonzhatja és közvetlen érintés nélkül taszíthatja egymást. Ez a kétféle (északi és déli) pólusra sarkított anyagdarabok között ható *titokzatos erő* aztán sok babonás hiedelemnek és tudományoskodó téveszmének is forrása volt. Érdekességként említhetjük, hogy mágneses elven működő „örökmozgó” szerkezetek ötleteinek hosszú sorát írták le, sőt szabadalmaztatták az elmúlt évszázadokban.

Arról is tudunk, hogy mintegy kétezer esztendeje a *kínaiak* használtak egy „Délre mutató” eszközt, egy mágnesz-vasérből készült kanalat. Az *1. ábrán* látható kanál – súlyeloszlása miatt – egyetlen ponton érint-

1. ábra. „Délre mutató” mágneses kanál



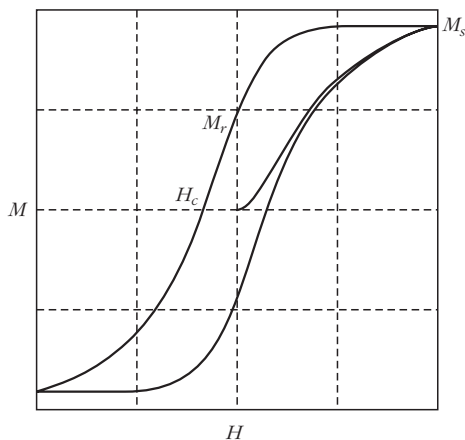
kezett a vízszintes asztallal, és bármilyen időjárás mellett a delelő Nap irányába tudott fordulni. Ma is úgy tudjuk, hogy az Északi Sarkcsillag irányát a végtelen tengerek bármely pontján borús időben is biztonsággal kijelölő *iránytű* kínai találmány. Ez tette lehetővé *Kolumbusz Kristóf* vállalkozását a Föld körülhajózására és így Amerika felfedezését 1492-ben, az újkor hajnalán.

A mágnesség jelenségének és a mágneses anyagoknak a tudományos igényű megfigyelése és vizsgálata ezután, az újkorban, a 16. században kezdődött el. *Sir William Gilbert* angol tudós gömb alakú magnetitgolyók vizsgálata során arra a következtetésre jutott, hogy „Magnus magnes ipse est globus terrestris”, vagyis „Maga a Föld glóbusza egy hatalmas mágnes”. A Föld mágnességének, északi és déli mágneses pólusainak felismerése mellett azt is megállapította, hogy a mágneses anyagok elég magas hőmérsékleten elveszítik a mágnességüket.

A mágneses pólusok (és az elektromos töltések) között ható erők törvényszerűségét a 18. század végén *Coulomb* állapította meg gondos mérési eredményei alapján. *Hans-Christian Oersted* dán tudós érdeme az *áram mágneses hatásának* felismerése 1820-ban. *André Marie Ampère* még ugyanabban az évben a jelenség kísérleti vizsgálata nyomán leírta a természetes mágnesség eredetére vonatkozó elméletét. Eszerint a mágneses anyagok *parányi elektromágnesekből* épülnek fel, amelyeket az anyagban folyó *köráramok*, vagyis önmagába visszatérő pályán perdülő mozgású elektromos töltések hoznak létre. A ferromágneses (megmaradó állandó mágnesezettségű) anyagokban ezek a kicsiny mágnesezések mind ugyanabba az irányba állnak be, így az anyag teljes térfogata mágneses lesz. Ez a kép lényegét tekintve – mutatis mutandis – ma is helytálló.

A 19. század második felében *Michael Faraday* kísérleti és *James Clark Maxwell* elméleti munkájával, a Maxwell-egyenletek felfedezésével alakult ki a modern elektromágnesség klasszikus elmélete, amely megadja az elektromosság, a mágnesség és a fizikai fénytartalom jelenségeinek matematikai leírását. A 20. században folytatódott a mágneses anyagok és jelenségek megismerésére irányuló, fontos új eredményeket hozó kísérleti és elméleti alapkutatás.

A kvantumelmélettel összefüggő meglepő megállapítás, a Bohr-deLeuwen-tétel szerint a klasszikus fizika fogalmi kereteiben a mágneses térbe helyezett elektronok rendszerének összegzett mágnesezettsége mindig nulla, vagyis az ismert anyagi mágneses jelenségek (dia-, para-, ferro-, ferri-, antiferromágneses stb. anyagok) nem értelmezhetők a kvantummechanikai impulzusmomentum és mágneses momentum fogalmi nélkül. A mágnesség témakörét sok kitűnő kézikönyv tárgyalja, például [1, 2].



2. ábra. A mágnesezési folyamat hiszterézisgörbéje

## Mágnesezési folyamatok

Az utóbbi évtizedekben a mágneses anyagok műszaki alkalmazása terén elért kutatási eredményeknek is nagy jelentőséget tulajdoníthatunk. A ferromágneses anyagok mérnöki alkalmazásai szempontjából fontos szerepet kapott a mágnesezési, másképp hiszterézis-görbék, vagyis a kívülről alkalmazott  $H$  mágneses tér függvényében változó  $M$  mágnesezettség tanulmányozása.

Mágneses egységekből (egyedi spinekből, spin-csoportokból, finom részecskékből, szemcsékből, doménekből stb.) összetett rendszerek, a mágneses anyagok viselkedése sok tekintetben alkalmas arra, hogy modellje legyen kölcsönható elemi egységek rendszereiben lezajló kollektív jelenségek különböző típusainak. Egy ferromágneses anyag mágnesezési görbéje például meg tudja jeleníteni az irreverzibilis átalakulási folyamatok széles osztályának jellemző vonásait.

A mágneses hiszterézis sztatikus, vagyis a reverzibilitástól való eltérést nem időbeli dinamikai fejlődés okozza. Az átmenetet jellemző makroszkopikus paraméterek közvetlenül nem érzékenyek a mikroszkopikus részletekre. Az irreverzibilis viselkedés a mágneses paramétereknek egy véges átmeneti tartományára korlátozódik, ahol a két végállapot (ferromágnesben a két ellentétes irányban telített állapot) közötti folytonos átmenet változási iránytól függően két különböző értékű függvény mentén megy végbe, ezek határolják hurokszerűen a paraméterek értékeit.

A mágneses anyagokban mérhető  $M(H)$  hiszterézisfüggvény egy jellegzetes példáját a 2. ábra mutatja. A vízszintes tengelyen a változó  $H$  külső mágneses teret árammal átjáratított tekercsben hozhatjuk létre. Ennek hatására a tekercsben elhelyezett mágneses anyagnak változik az  $M$  mágnesezettsége, ami a mágneses hatást jellemző mágneses momentum összegzett értékének térfogati sűrűsége. A nulla mágnesezettségű „szűz” állapotból indulva  $H$  növelésével  $M$  is növekszik, majd elég nagy térben a mágnesezettség már nem növekszik tovább, telítésbe ( $M_s$ ) megy.

Innen visszafelé csökkentve a külső tér nulla értékénél a mágnesezettség nem csökken nullára, megmaradó értékét remanens mágnesezettségnek ( $M_r$ ) nevezzük. Negatív térérték, a koercitív erő ( $H_c$ ) értéke kell ahhoz, hogy a mágnesezettség nullára csökkenjen. A mágnesezési görbe szimmetrikus, negatív tereknél  $-M_s$  értéken telítődik,  $-M_r$  a remanens érték és  $-H_c$  a koercitív erő. A kétféle irányban felvett görbék az  $M(H)$  síkon egy hiszterézishurok területét zárják be, és ennek az energia dimenziójú területnek a nagysága a teljes mágnesezési ciklusban keletkezett hőveszteséget jellemzi.

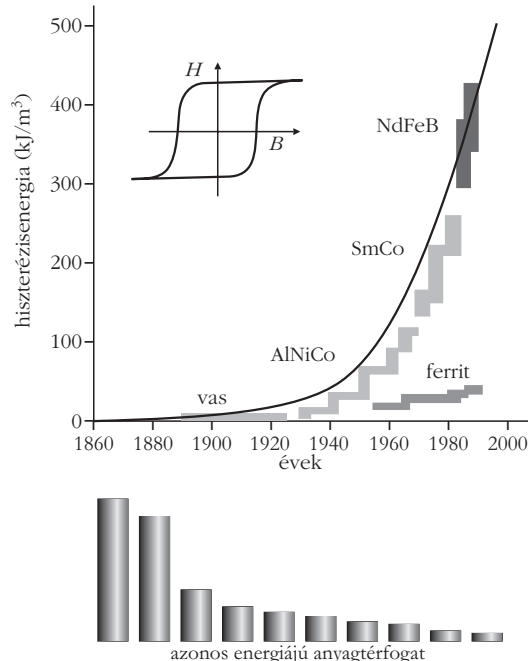
Ennek a legkülső nagy főhuroknak a belsejében az  $M$  mágnesezettség értékei a  $H$  mágneses tér változásának az irányától és előtörténetétől is függenek. A rendszer aktuális állapotait egy elágazó, többértékű függvény írja le, amely nem-reverzibilis ugyan, de mégis egyértelműen meghatározott, ha az előtörténet minden részletét megfelelően figyelembe vesszük.

## Néhány alkalmazási példa

### Kemény mágnesek

Az elektromos motorokban általában állandó mágnesek és szabályozott áramú elektromágnesek vonzó és taszító mechanikai kölcsönhatásának célszerű váltakoztatásával érik el a forgó mozgást. Itt az állandó mágnesnek minél erősebbnek (nagy  $M_s$  és nagy  $M_r$ ) és minél stabilabbnak (nagy  $H_c$ ), tehát a hiszterézishuroknak minél nagyobb területűnek kell lennie. A 3. ábrán a kemény mágnesek minőségének másfél évszázados javítási eredményeit ábrázoltuk. Manapság a legnagyobb energiatartalmú állandó mágnesek ritka-földfém-vas ötvözetek (pl. NdFeB).

3. ábra. Az állandó mágnesek vagy kemény mágnesek tulajdonságainak fejlődése



### Digitális memóriák

A számítógépi háttérmemóriák ellentétes irányban mágnesezett kisterületű tartományokban (mágneses doménekben) tárolják a 0 és 1 bitekből álló információt. Itt a mágneses anyag kiválasztásánál a hiszterézishurkot négyzet alakúra célszerű választani, ami nulla térben a beírt információ határozott megtartását, és a koercitív erő értékénél a mágnesezettség határozott átfordulását biztosítja.

### Analóg memóriák

A szórakoztatóiparban használt mágneses adathordozó audio- és videoszalagokon a beírt jelekkel arányos, stabilan megmaradó, jól kiolvasható mágneses állapotokat kell előállítanunk. A hiszterézishurkok lineáris felmenő ágán a mágnesezettség a bemenő jellel arányos lesz a szalag beíró feje körüli kis tartományban. A továbbfutó szalagon nulla mágneses térben megmaradó mágnesezettség hordozza a később kiolvasható audio- vagy videojelet.

### Transzformátor vasmagok

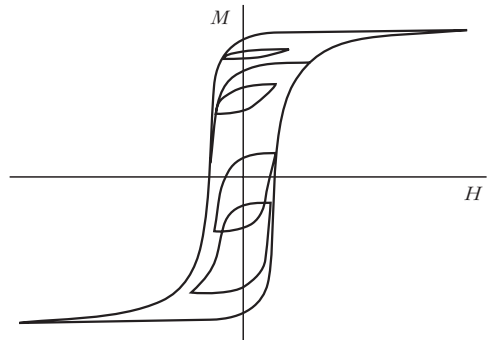
Az elektromos hálózati energiát nagy távolságokra célszerű nagy feszültséggel és kis árammal szállítani, viszont a háztartásokban érdemes alacsonyabb feszültségen nagyobb árammal működő, kevésbé veszélyes berendezéseket használni. A magyar mérnökök (*Déry-Bláthy-Zipernovszky*) által kifejlesztett váltóáramú transzformátorral szokás a feszültséget transzformálni a villamosenergia-ellátó hálózatokban, valamint a mindennap használt számítógépeink alacsony feszültségű egyenáramú tápegységeiben is. A transzformátorok primer és szekundér tekercsei egy mágnesre (vasmagra) vannak tekercselve és másodpercenként 50-szer váltakozik bennük az áram iránya és nagysága. Nyilvánvaló, hogy a vasmag átmágnesezése a hiszterézishurkok területével arányos energia-veszteséget okoz (vasveszteség). Célszerű tehát, ha a vasmag úgynevezett lágy mágneses anyagból készül, amelyben a telítési mágnesezettség ugyan elég nagy, de a koercitív erő, ezzel a hiszterézishurkok területe a lehető legkisebb.

## A Rayleigh-Preisach-modell

A mágnesezési folyamat hiszterézisgörbéről tehát megállapítottuk, hogy elágazó, többértékű függvény, amelynek menete ugyan nem-megfordíthatóan függ a változás irányától, de mégis egyértelműen meghatározott függvény, ha az előtörténet minden részletét megfelelően figyelembe vesszük.

Hogyan lehet egy ilyen többértékű, előtörténettől függő, mégis determinisztikus függvényt leírni?

A függvénygörbék a fordulópontoknál ágaznak el egymástól, ahol a paraméterek változásának iránya ellenkezőre fordul. Tapasztalat szerint a mágnesezettség értékének változási sebessége (a differenciális szuszceptibilitás) a külső tér függvényében fokozatosan növekszik az egyik irányban haladva, majd a ha-

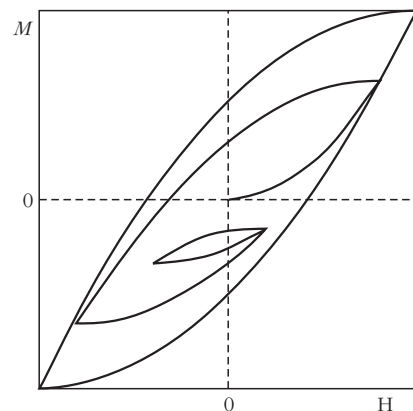


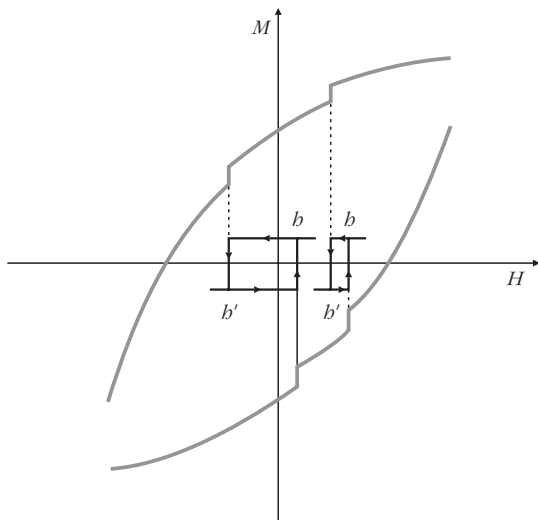
4. ábra. Hiszterézis alhurkok a főhurok belsejében

ladási irány megváltoztatásával alacsonyabb értékre csökken mindegyik fordulópontnál. Így érthető, hogy az állapotfüggvény visszafelé nem követheti ugyanazt a pályát: elágazás következik. Ilyen módon a főhurok belsejében – a paraméterek ciklikus változtatásával – az előtörténettől is függő, kisebb zárt hurkok, úgynevezett alhurkok jönnek létre. Ez a változási iránytól függő elágazási tulajdonság sok más átalakulási folyamathoz is jellemző, például az extenzív paraméterek hőmérséklettől való függésének, piezoelektromos anyagokban a deformáció elektromos feszültségtől való függésének, ferroelektromos anyagokban a polarizáció elektromos tértől való függésének stb. Az átmeneti tartomány határain kívül a többértékű függvényhurok záródik, a folyamat reverzibilis, a mágnesezettség az átmeneti szakasz mindkét oldalán egyértékű függvénye a mágneses térnek.

A mágneses hiszterézishurkok részleteinek kiszámítására *Preisach Ferenc*, akkor Németországban dolgozó [3] magyar mérnök javasolt 1935-ben számítási módszert [4]. Felismerésének előzménye *Lord Rayleigh* négyzetes törvénye [5], amely szerint a  $H$ - $M$  sík origója közelében elegendően kicsiny  $H$  és  $M$  értékeknél a mágnesezettség a külső térrel parabolaszakaszok mentén változik és irányváltásokkal váltakozó előjelű parabolaszakaszok egymáshoz illesztésével kapott többértékű függvénygörbe írja le a mágnesezési folyamatot. Könnyen belátható, hogy a 4. ábrán látható mért hiszterézishurkok topológiai szerkezete hasonlít a parabolikus Rayleigh-törvény szerinti 5. ábra szerkezetéhez.

5. ábra. Rayleigh-hurkok az origó közelében





6. ábra. Elemi hiszteronok mágnesezettségének apró ugrásai (Barkhausen-zaj) alakítják a mágnesezési görbét.

A parabolaszakaszokat felfoghatjuk úgy, mint egy  $P(b, b') = 1$  állandó kettős integrálját.

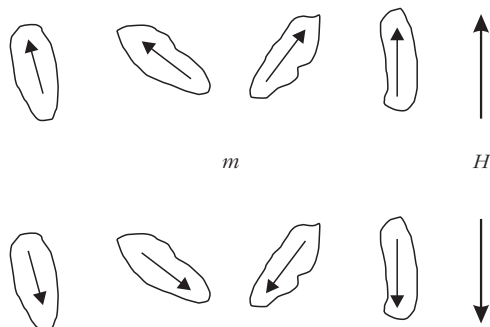
$$M(H) - M(H_0) = \int_{H_0}^H P(b, b') db \int_{H_0}^b db' = \int_{H_0}^H db (b - H_0) = \left[ \frac{b^2}{2} - b H_0 \right]_{H_0}^H = \frac{H^2}{2} - \frac{H_0^2}{2} - H H_0 + H_0^2 = \frac{(H - H_0)^2}{2}.$$

A  $H_0$  fordulópontból indulva tehát  $H$  növekedésével  $M(H)$  négyzetesen növekszik. Csakhogy a parabola nem tud telítődni, mint a valóságosan mért mágnesezési görbék.

## A hagyományos Preisach-modell elemi hiszteronjai

Preisach Ferenc azt ismerte fel, hogy ha lenne egy kétváltozós  $P(b, b')$  eloszlásfüggvény, amely a két független változó megfelelően nagy értékeinél nullává válna, akkor az integrál nem növekedne tovább és a telítés állandó értékén megállapodna. Már csak az a kérdés, hogy Preisach-féle  $P(b, b')$  minek lehetne a statisztikus eloszlásfüggvénye.

7. ábra. Egy-doménés anizotróp elemi szemcsék mágnesezettsége ugrásszerűen vált előjelet.



Joggal feltételezhető, hogy a tömbi mágnesezés során a mágnesezettség változása kisméretű mágnesezési elemek átmágneseződésével történik. Erre utal az úgynevezett Barkhausen-effektus, amely a mágnesezési folyamat akusztikus megjelenítésével kísérleti úton azt bizonyítja, hogy a hiszterézis függvénygörbéje a mágnesezettség ugrásszerű apró változásából adódik össze (6. ábra). Tételezzük fel tehát, hogy a mágnesezési elemek létezik, nevezzük őket hiszteronoknak, amelyeket két, mágnesezési tér dimenziójú mennyiség, a  $b$  felugrási és a  $b'$  leugrási tér jellemez. A mágnesezés során növekedő külső térben  $H = b$  tértől a hiszteron egy növekedést okozó elemi ugrást, csökkenő külső térben pedig  $H = b'$  tértől egy csökkentő elemi ugrást okoz a mágnesezettség értékében. Nyilvánvaló, hogy ferromágneses anyagokban a felugrás tere mindig nagyobb, mint a leugrásé:  $b \geq b'$ .

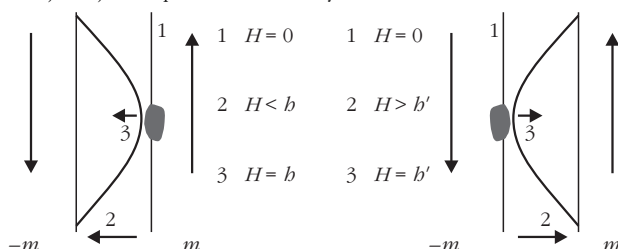
Az elemi mágnesezési hiszteron sokféle mechanizmus működésének eredménye lehet, két jellegzetes példa egyszerűen elképzelhető.

Az egyikük egy szemcsés anyag tű-alakú homogén mágnesezettségű úgynevezett egydoménés szemcséje, amelyből a 7. ábra több különböző orientációjú, ennek megfelelően különböző  $(b, b')$  paraméterpárral jellemezhető elemet ábrázol. E szemcsék alak-anizotrópiája kétféle mágnesezési állapotot és köztük ugrásszerű átmágnesezést enged meg. Ha a mágnesezési anyag ilyen szemcsék sokaságából áll, akkor az egyes szemcsék alakja, nagysága és kölcsönös egymásra hatása eredményeként az átmágnesezéshez szükséges felugrási és leugrási terek értékei szerint egy  $P(b, b')$  statisztikus eloszlási függvényvel jellemezhetjük a sokaságot, ahol a kétváltozós függvény értéke az olyan egymáshoz hasonló szemcsék gyakoriságát, statisztikus súlyát adja meg, amelyeknek egyaránt  $b$  a felugrási és  $b'$  a leugrási terük.

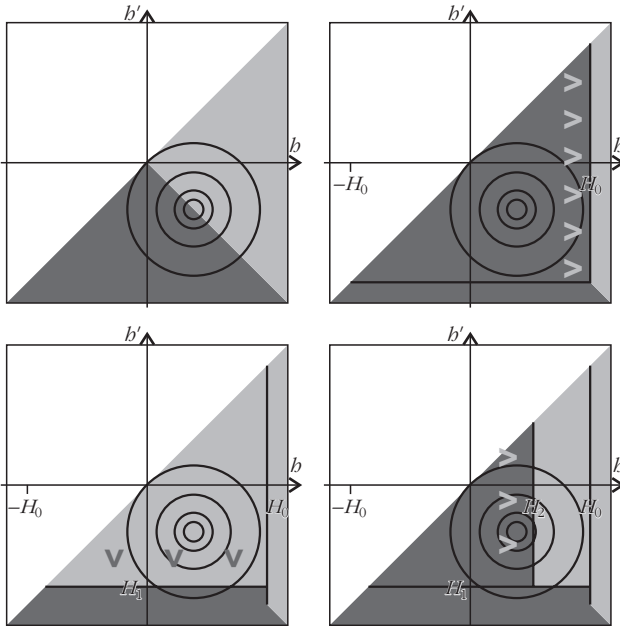
A hiszteron működésének egy másik lehetséges példája egy homogén mágnesezési anyagban a doménfal mozgásával történő átmágnesezés akadályozottsága egy szennyező zárvány által, amint a 8. ábra bal és jobb oldala vázlatosan bemutatja.

A mágnesezési növelésével a zárványon megtapadt mágnesezési doménfal a pozitív mágnesezettségű térfogat növelése végett balra szeretne elmozdulni. A letapadás miatt azonban egy pontja a zárványon rögzítve marad egészen addig, amíg a külső tér el nem

8. ábra. Balra: növekedő külső térrel a doménfal elhajolva, balra ugrással válik el a zárványtól. Jobbra: csökkenő térrel a doménfal elhajolva jobbra pattan el a zárványtól.







9. ábra. A pozitív mágnesezettségnek megfelelő (sötét) integrálási terület a mágneses tér növekedésével a  $b$ -tengely mentén függőleges határral növekszik, a mágneses tér csökkenésével a  $b'$ -tengely mentén vízszintes határral csökken.

éri a  $b$  felugrási teret, amikor a meghajlott doménfal kiegyenesedése ugrásszerű mágnesezettségnövekedéssel jár.

A mágneses tér csökkentésével viszont a negatív mágnesezettségű térfogatnak kellene növekednie, a doménfal jobbra igyekszik elmozdulni. A zárvány visszatartó hatása miatt a letapadt doménfal most ellenkező görbülettel hajlik meg és csak akkor tud ugrásszerűen kiegyenesedni, ha a külső tér kisebb lesz, mint a  $b'$  leugrási tér. Ugyanazon zárvány esetében sem szükségszerű, hogy a felugrási és a leugrási tér nagysága azonos legyen, a letapadó doménfal is alkalmas modell a  $P(b, b')$  kétváltozós eloszlási függvénnyel jellemzett, általános tulajdonságú hiszteron példájának bemutatására.

## A hagyományos Preisach-modell számítási eljárása

Nyilvánvaló, hogy a felugrási térnek van egy maximuma, amely fölött a  $P(b, b')$  kétváltozós eloszlási függvény nulla kell legyen, ugyanis a hiszterézis főhurok záródásáig, a mágnesezési görbe reverzibilis szakaszának kezdetéig mágnesezett anyagban a tovább növelt külső tér már nem tud további ugrásszerű át-mágnesezést okozni. A főhurok az  $M(H)$  sík origójára nézve középpontosan szimmetrikus, ezért ugyanígy a leugrási térnek viszont van egy minimuma, amely alatt nincs ugrásszerű további csökkenés a mágnesezettségben.

A  $P(b, b')$  Preisach-féle eloszlásfüggvénnyel a felszálló hurokágban a következő képlettel tudjuk kifejezni a mágnesezettség függését az alkalmazott külső mágneses tértől [6]:

$$M(H_i) = M(H_{i-1}) + \int_{H_{i-1}}^{H_i} db \int_{H_{i-1}}^b db' P(b, b') = \\ = M(H_{i-1}) + E(H_{i-1}, H_i).$$

A kétváltozós integrált szakirodalmi hagyomány szerint Everett-integrálnak is nevezzük [7].

A 9. ábrán egy példával illusztráljuk a Preisach-modell alkalmazási módját. A nulla mágnesezettségű alapállapotból indulunk, majd a pozitív telítés felé  $H_0$ -ig növeljük, azután  $H_1$ -ig csökkentjük, végül  $H_2$ -ig ismét növeljük a mágneses teret, és közben a koncentrikus körökkel jelzett  $P(b, b')$  eloszlási függvényt az ábra szerinti területeken integráljuk:

$$M(H_2) = \frac{1}{2} \int_{-H_0}^{H_0} db \int_{-H_0}^b db' P(b, b') - \\ - \int_{H_0}^{H_1} db' \int_{H_0}^b db P(b, b') + \int_{H_1}^{H_2} db \int_{H_1}^b db' P(b, b').$$

A leszálló hurokág mágnesezettségének negatív változása abszolút értékben azonos a vele szimmetrikus pozitív ág változásával. Ezt a számításoknál ki is használjuk, miközben ez a szimmetria az Everett-integrálok egyenletének formális átalakításával egy függvényegyenletet szolgáltat  $P(b, b')$  függvényalakjára nézve:

$$\int_{H_{i+1}}^{H_i} db' \int_{H_{i+1}}^{b'} db P(b, b') = \int_{-H_{i+1}}^{-H_i} db \int_{-H_{i+1}}^b db' P(-b', b), \\ P(b, b') = P(-b', b).$$

A kapott függvényegyenlet alkalmas arra, hogy a kétváltozós eloszlásfüggvény megfelelő feltételek mellett egyváltozós függvények szorzataként jelenjen meg a változóik szeparálásával vagy a definíciók megváltoztatásával. Kétféle forma is kielégíti a függvényegyenletet:

$$P(b, b') = \varphi(b) \varphi(-b') \quad \text{vagy} \\ P(b, b') = \psi(b - b') \chi(|b + b'|).$$

Természetesen létezhet bonyolultabb függvényforma is, amely kielégíti a kapott függvényegyenletet. Ha ismernénk az eloszlásfüggvényt, az Everett-integrálok sorozatának kiszámításával – elvben – bármilyen bonyolult mágneses tér változási függvényhez elő tudnánk állítani a mágnesezettség függvényét.

A mért mágnesezési hiszterézis főhurokból az eloszlásfüggvény előállításához direkt számítógépi algoritmussal vagy szimulációs modell paramétereinek illesztésével juthatunk.

A hagyományos Preisach-modell az esetek többségében nem tud elég jól illeszkedni a mérési adatokhoz, különösen a főhurok belsejében mért értékekhez. Az egyik szembevetendő fogyatéka az úgyne-

vezett egybevágósági tulajdonság, amely szerint két alhurk mindig egybevágó, ha ugyanazon mágneses tér értékhatárok közt vesszük fel. A mérések szerint azonban az ilyen alhurkok annál „soványabbak”, minél nagyobb az átlagos mágnesezettségük, vagyis alakjuk függ a mágnesezési folyamat korábbi lépéseitől. Másrészt a modell szerint a mágneses tér változásának fordulópontjaiban a görbék mindig vízszintesen indulnak, a fordulóponti meredekség mindig nulla, és a mérési adatok ezt sem igazolják. Ezeknek a tulajdonságoknak az oka az, hogy az Everett-integrálok kiszámítása során minden mennyiség csak a mágneses tértől függ. Ez nyilvánvalóan kitűnik az integrálok differenciálhányadosának alakjából:

$$\frac{dM_n}{dH_n} = \int_{H_{n-1}}^{H_n} db' P(H_n, b').$$

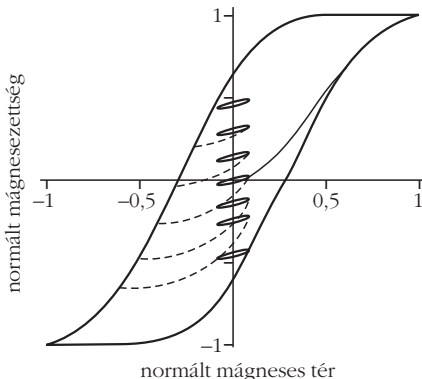
A differenciális szuszceptibilitásnak ez a formája nem hozza magával a korábbi előélet „terhét”, és adott Preisach-függvény mellett csak a legutóbbi fordulópont és a végpont mágneses tér értékétől függ. Ez biztosítja az említett egybevágósági tulajdonságot és azt is, hogy a fordulópontokban a mágnesezettség görbéje mindig vízszintesen indul és elég nagy tereknél, amikor a Preisach-függvény nullává válik, vízszintesen folytatódik. A 10. ábrán a hagyományos Preisach-modell szerint számított mágnesezési görbék, a főhurk és az egybevágó alhurkok láthatók a Preisach-függvény  $P(b, b') = \varphi(b) \varphi(-b')$  egyszerű bilineáris alakjának feltételezésével.

## A Szorzat Preisach Modell

A mérési adatokkal nem igazolható említett tulajdonságok megváltoztatása céljából javasoltuk a Preisach-modell differenciális szuszceptibilitásának módosítását [8, 9]. A mágnesezettséget a telítési értékkel normálva ( $m = M/M_s$ ), a szuszceptibilitás új formája:

$$\frac{dm(b)}{db} = R(m) \left[ \beta + \varphi(b) \int_{b_0}^b db' \varphi(-b') \right].$$

10. ábra. Egybevágó alhurkok a hagyományos Preisach-modell számítási módszere szerint



Az  $R(m)$  határoló függvény a mágnesezettség nulla értékénél maximális és a telítéshez közeledve nullára csökken, ezzel biztosítva az alhurkok mérési adatokkal igazolt „soványodását”, általánosan a mágnesezési folyamat függését a mágnesezettségtől. A zárójelen belül már csak a mágneses tértől függő kifejezések vannak, az irreverzibilis járulékokat kifejező integrál mellett a legfeljebb a tértől függő  $\beta$ -val kifejezett reverzibilis mágnesezési folyamat része lehet a módosított „Szorzat Preisach Modell”-nek.

A szorzat alakú differenciális szuszceptibilitás formálisan azt jelenti, hogy ebben az esetben a mágnesezettség a mágneses térnek közvetett függvénye:

$$m(b) = G(\mu(b)).$$

Ekkor:

$$\begin{aligned} \frac{dm(b)}{db} &= \frac{dm}{d\mu} \frac{d\mu}{db} = \frac{dG(\mu(b))}{d\mu} \frac{d\mu(b)}{db} = \\ &= R(m) \left[ \beta + \varphi(b) \int_{b_0}^b db' \varphi(-b') \right]. \end{aligned}$$

A kívánt tulajdonságú határoló függvény egyik lehetséges egyszerű alakja:  $R(m) = 1 - m^2$ . Vizsgáljuk a differenciális szuszceptibilitás így kifejezett alakját abban az esetben, ha nincs irreverzibilis folyamat, az integrál nulla. Ekkor a

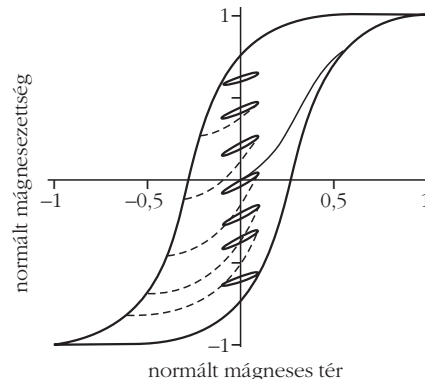
$$\frac{dm(b)}{db} = \beta (1 - m^2)$$

kifejezésből következik a mágnesezettség  $m(H) = \tanh(\beta H)$  formája, és ez éppen az  $s = 1/2$  spinű paramágneses közeg mágnesezettségét leíró mágnesezési görbe egyenlete. Általánosan a paramágneses mágnesezési görbéket a különböző spin-értékekhez tartozó

$$B_s \left( \frac{\mu H}{k T} \right) = B_s(\beta H)$$

Brillouin-függvények  $-B_{1/2}(x) = \tanh(x)$  – írják le, és az általános  $R(m)$  határoló függvény az általános Brillouin-függvény deriváltja.

11. ábra. Azonos határok között kiszámított nem egybevágó alhurkok a szorzat-modell szerint.



A „Szorzat Preisach Modell”-ben tehát az irreverzibilis hiszterézist is tartalmazó mágnesezettség egy felmenő ágát leíró egyenlet alakja:

$$m(H) = B_s \left( \beta H + \int_{b_0}^H db \varphi(b) \int_{b_0}^b db' \varphi(-b') \right).$$

Több fordulópontos mágneses tér program esetén – mutatis mutandis – a hagyományos modell szerint egymás után felfűzve számíthatjuk ki az egyes szakaszokra vonatkozó integrálokat. A 11. ábrán az így kiszámított mágnesezési görbék láthatók, hasonló módon és hasonló paraméterekkel kiszámítva, mint a 10. ábra egybevágó alhurkjai. Itt azonban az azonos határok közötti alhurkok nem egybevágóak és a fordulóponti kezdő iránytangens nem nulla. Mind a 10. ábra, mind a 11. ábra függvényeinek kiszámítása során a

$$P(b, b') = \varphi(b) \varphi(-b')$$

alakú egyszerűsítő feltevést alkalmaztuk ahol

$$\varphi(b) = 3 \exp\left(\frac{(b - 0,2)^2}{0,3}\right)$$

Gauss-függvény alakú haranggörbe.

## Összefoglalás

Javaslatot tettünk a telítéssel járó hiszterézisjelenségek könnyebb fizikai értelmezését felkínáló szorzat modell bevezetésére a hagyományos skaláris Preisach-modell feltevéseinek módosításával. Ezzel a módosítással lépést tettünk abba az irányba, hogy az empirikus mérnöki számítási eszköz a fizikai folyamatok leírására és értelmezésére is alkalmasabb legyen.

A hagyományos, mágneses tértől függő differenciális szuszceptibilitást szorzat alakban állítottuk elő. A szorzat egyik tényezője explicit módon függ magától a mágnesezettségtől, ezzel a mágnesezési görbék aszimptotikus telítési jellegét emeltük ki. A szorzat-függvény csupán mágneses tértől függő másik tényezője a mágnesezettség reverzibilis és irreverzibilis járulékaiknak, azok egymáshoz való viszonyának teljesen újszerű tárgyalását jelenti. A Szorzat Preisach Mo-

dellben a kétféle járulék nem közvetlenül adódik össze egymástól független additív tagok formájában, hanem a külső tér aktuális értékétől függő reverzibilis járulék és a teljes mágneses előtörténettől függő irreverzibilis járulék a telítési nonlinearitást kifejező függvény argumentumában egymástól kölcsönösen is függő arányban járulnak hozzá a mágnesezettség aktuális értékéhez.

Az elemi mágneses egységek négyszög alakú hiszteronjainak (a hagyományos modellben posztulált) kétváltozós eloszlási függvényét az egyváltozós koerctív függvényvel képzett

$$P(b, b') = \varphi(b) \varphi(-b')$$

bilineáris szorzat alakjában állítottuk elő. A négyszöges elemi hiszterézishurok két ugrópontja ezzel természetes jelentést nyer, két különálló, egyenértékű, azonos függvényformával leírt (a külső tér irányába forduló) irányváltás együttes eredője. Ezzel a tényezőkre bontással az alkalmazott külső mágneses tér hatására végbemenő mágnesezési folyamatban a rendszer makroszkopikus mágnesezettségi állapotának hatását elkülönítettük az elemi mágneses egységek valószínűségi jellegű, egyedi irányváltásainak hatásától, amelyek mélyebb mikroszkópi szinten zajlanak le. Az irányváltások valószínűségét leíró, mérési adatokból kiszámítható  $\varphi(b)$  koerctív függvény ilyen módon a vizsgált minta anyagtudományi jellemzője lehet, amelynek az egyéb anyagi tulajdonságokhoz és paraméterekhez (szerkezeti jellemzők globális és mikroszkópi szinten, az elemi egységek – szemcsék, domének stb. – méretei, mechanikai, elektromos és mágneses paraméterei stb.) való viszonyát vizsgálva új ismeretekre, új összefüggések felismerésére nyílik lehetőség.

## Irodalom

1. A. Aharoni: *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*. Oxford Science Publications, Oxford, 2000.
2. Simonyi Károly: *Elektronfizika*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1987.
3. Zs. Szabó, Gy. Kádár: Ferenc Preisach, the forgotten „Martian”, in *Preisach Memorial Book*. Akadémiai Kiadó Budapest, 2005. pp. 1–4.
4. F. Preisach, *Zeitschrift für Physik* 94 (1935) 277.
5. Lord Rayleigh, *Phil. Mag.* 23 (1887) 225.
6. G. Biorci, D. Pescetti, *Il Nuovo Cimento* VII (1958) 829.
7. D. H. Everett, *Trans. Faraday Soc.* 51 (1953) 1551. és az ottani hivatkozások.
8. G. Kádár, *J. Appl. Phys.* 61 (1987) 4013.
9. G. Kádár, *Physica Scripta* T25 (1989) 161.

# FÁJDALOMCSILLAPÍTÁS MÁGNESES TÉRREL

László János  
MTA, Matematikai  
Tudományok Osztálya

Tisztában vagyok vele, milyen veszélyes feladatra vállalkoztam, amikor ezt a cikket megírtam. A mágneses tér fájdalomcsillapító hatása ugyanis olyan téma, mint a napi politika. Ha kiforrott véleménye talán nincs is róla az embernek, de előítélete vele kapcsolatban biztosan van mindenkinek. Kevesen tudják

azonban, hogy az elmúlt 30 évben, a nukleáris mágneses rezonancia (NMR) módszernek az orvosi diagnosztikában történt meghonosodása és elterjedése óta jelentős tudományos erők foglalkoznak ezzel a területtel is. Hiszen nagyon is fontossá vált belátni, hogy a sztatikus mágneses tereknek nincsen a diagnózis