

módszertani szempontból azért lehet hatékony, mert a hagyományos tanulási modellekkel szemben lehetőséget biztosít a tanulók számára, hogy átéljék az eseményeket, azonosuljanak vele, így nem egyszerűen „kívülről” kapott információkhoz jutnak, hanem olyan tudáselemekhez, amelyeket a sajátjuknak érezhetnek és könnyebben beépíthetnek a meglévő tudásrendszerükbe. Mindezek mellett természetesen a tanulói közösségben megvalósított program élményszerűsége, szociális szempontú személyiségfejlesztő hatása sem elhanyagolható körülmény.

„Elsőként a szeretet alakul ki...”

A közoktatás környezeti nevelési gyakorlata véleményünk szerint csak akkor lehet sikeres, ha a gyerekeknek lehetőséget biztosítunk arra, hogy ki tudjanak alakítani a természetes világgal valamilyen kapcsolatot, hogy megtanulják szeretni, kényelmesen érezzék magukat benne, mielőtt azt kívánnánk tőlük, hogy gyógyítsák be a sebeit. A jeles napokhoz kötődő környezeti nevelési programok valóban az ünnepi hangulatnak megfelelő légkörben valósuljanak meg, ne alacsonyítsuk le a problémák felsorolására vagy az elméleti tudást mérő versenyek szervezésére. Úgy próbáljuk meg felébreszteni a felelősséget és a tudást tanítványainkban, hogy előtte kialakuljon egy szeretetteljes kapcsolat a témával. A tanulók kompetenciáját meghaladó probléma-centrikus oktatás a tanulók probléma-hárítását, valamint a természet- és környezetvédelem ügyétől való elfordulását okozhatja. Érdemes szem előtt tartani John Burroughs megállapítását, mely szerint „A szeretet nélküli tudás nem tartós. De ha elsőként a szeretet alakul ki, a tudás minden bizonnyal követni fogja azt”. (idézi Sobel, 1996. 12.)

Irodalom

Braun, Chistian (1992): *Hulladék*. ARGE Umwelterziehung in der Österreichischen Gesellschaft für Natur-und Umweltschutz, Wien.
Czipán Katalin – Halász Antal – Kovács Zsolt – Labancz Györgyi (1998): *Zöldbetűs ünnepünk*. Süni 1. füzetek. Süni Egyesület, Budapest.
M. Nádasi Mária (2003): *Projektoktatás. Elmélet és gyakorlat*. Gondolat Kiadói Kör – ELTE, BTK, Neveléstudományi Intézet, Budapest.

Nahalka István (1998): A konstruktív pedagógia és a tanítás módszerei. In: Hegedűs Gábor (szerk.): *Projekt módszer*. Hírös Akadémia, Kecskemét. 26–43.
Sobel, David (1996): *Beyond Ecophobia. Reclaiming the heart of nature education*. The Orion Society, Great Barrington, MA.

Fűzné Kószó Mária

SZTE, Juhász Gyula Pedagógusképző Kar,
Biológia Tanszék

Szintonia – Elica Hungarica

Hogyan lehet kört rajzolni körző nélkül?

A számítógép egyik legfontosabb értéke, hogy fejleszti a gondolkodást. Ezt alkalmazzuk az informatika tanításában, például a logo-pedagógiában. Ebben a dolgozatban a logo-pedagógia két eszközét, a szintoniát és a Pólya-féle gondolkodási-iskolát ismertetem. A programpéldákban a legújabb Logo-nyelvjárások egyikét, az Elica magyar változatát, az Elica Hungarica-t (1) alkalmaztam.

Az ember kézügyessége jelentős – és ugyanakkor korlátozott. Egyenest vagy egy kört nem tudunk rajzolni segédeszköz nélkül. Kört rajzolásához sokunknak először is a körző jut eszébe. Tételezzük fel, hogy nem áll rendelkezésünkre körző! Hogyan tudunk akkor kört alkotni? Hogyan tudunk az eddig általánostól eltérően kört létrehozni?

Kreativitást fejlesztő játékként megkérdeztünk különféle korosztályú diákokat: hányféleképpen tudsz létrehozni kört? Soktucatnyi választ kaptunk. (2) E dolgozatban sorba veszem azokat, amelyek a számítógéphez, a logo-pedagógiához kötődnek.

A Logo nyelvet használók, Logot tanítók számára a kör rajzolására elsők között a Papert algoritmus adódik:

Ismételd 360[menj 1 jobbra 1]

Az algoritmus (vagy még inkább egy ehhez hasonló, például: ism 36[mj 1 ja 10]) eljátszható, átélhető: lépünk egy kicsit, fordulunk egy kicsit; nyomvonalunk közelítően kör. Az algoritmus megértéséhez jelentős segítség a szemléltetés, jelen esetben a saját mozgás. A logo-pedagógia egyik értéke és jellemzője a szintonia kihasználása. Idézek Papert nagyszerű könyvéből (*Papert*, 1988, 56.):

„A kört rajzoló teknőc esete a szintonikus (összehangolt) tanulást illusztrálja. Ezt a kifejezést a klinikai pszichológiából kölcsönöztük, a már tárgyalt disszociált vagy összefüggéstelen tanulás ellentétéként. Sokszor összetételben használjuk, ami a szintonicitás típusára utal. A teknőccel való körrajzolás például testszintonikus abban az értelemben, hogy szorosan kapcsolódik a gyerek saját testére vonatkozó, fiziológiai-fizika állapotával összehangolt ismereteihez és érzékeléséhez. Másrészt önszintonikus, amennyiben összefügg azzal, ahogy a gyermek önmagát szándékokkal, célokkal, vágyakkal, vonzalmakkal és ellenszenvekkel felruházott emberként érzékeli. A Teknőccel kört rajzoló gyerek kört akar rajzolni; s ha ez sikerül, izgalmat okoz és sikert jelent.

A Teknőc-geometria éppen a szintonicitás révén tanulható meg. De más dolgok megtanulásához is hozzájárul, mert a problémamegoldó matematikus stratégiák szándékos és tudatos bevezetésére ösztönöz. Pólya György (1954) szerint a problémamegoldás általános módszereit tanítani kellene. A Teknőc-geometriában alkalmazott stratégiák egyes esetekben a Pólya által javasolt módszerek speciális esetei. Így például, Pólya azt ajánlja, valahányszor nekilátunk egy problémának, pörgessünk le fejben egy sor heurisztikus ellenőrző kérdést, mint például: „Nem lehetne ezt a problémát egyszerűbb részproblémákra bontani?” Vagy: „Nem kapcsolódik ez egy olyan problémához, amelynek már ismerem a megoldását?” Az ilyesfajta gyakorlatokra a Teknőc-geometria nagyon jó terep. A körrajzolás megoldásának kulcsa egy igazán jól ismert probléma – a körben járás – megoldásával való kapcsolat felfedezésében rejlik.”

Miért tanítsuk általánosan a Logot?

Javaslatom szerint a Logo programnyelv legyen az általános programozói anyanyelv, olyan ismeret, amelyet célszerű bizonyos mértékig minden diáknak elsajátítani. A különféle szempontok szerint nyilván más és más programnyelv kerül a különféle rangsorok élére, a Logo érdeme az, hogy egyike a legkönnyebben elsajátítható programnyelveknek, egyike a leghamarabb sikerélményeket nyújtó programozási eszköznek. A viszonylag gyors hasznosíthatóság miatt hasonlít az eszperantóra. Programozni, értsd a számítástechnikai piac számára programokat alkotni, csak nagyon kevés embernek kell megtanulnia, s bár a Logo számukra is alkalmazható, sokkal inkább alkalmas arra, hogy segítségével játékosan ismerkedjünk meg a programozás elemeivel, programozói készségeket, szokásokat fejlesszünk. A programozói készségre pedig korunkban (az egyre többféle információtechnikai eszközök kezeléséhez) mindenkinek szüksége van. Ezt sok pedagógus felismerte, és nyilván ezért is terjedt el hazánkban kellő mértékben a Logo. Van azonban a Logo-nak egyik másik, a pedagógia, az emberfők kiművelése szempontjából talán még jelentősebb értéke, nevezetesen az intenzív gondolkodásfejlesztő hatása. Ebben hasonlít a matematikára. Tézisem szerint a matematikai képzés-nevelés áldásainak többségét a logo-pedagógia keretében alkalmazott Logo nyelv élvezetesebben, hatékonyabban, korábbi életkorban, biztosabban eredményezi. Amíg a matematika tanítása esetén sajnos gyakran kialakul a matetkfóbia, a gyermekek számítógéphez viszonyuló „szerelmi kapcsolata” (3) jóvoltából az informatikafóbia ritkább. (Persze ez is megjelent, amióta az informatika sok iskolában játékként tananyagga, tantárggyá alakult. A pedagógia sok mindenre képes!)

A teknőc-geometria

A Logo meghatározó jellemzője a teknőcgeometria. Ennek talán legjelentősebb mes-terei Papert munkatársai. (*Abelson és diSessa*, 1986) A képernyőn megjelenő, vagy még szerencsésebb esetben játékeszközként (ilyen a padló-teknőc) is létező objektum, gondolati fogódzó, a szemléltetést, a szintonia kihasználását segíti elő.

Ha például utasításunk: menj 55, ennek következtében 55 teknőclépést (képpontot) halad előre a teknőc. Ha a magával hurcolt ceruzáját/tollát a rajzlaphoz szorította, nyoma: egy vonal, látható. A jobbra 90 parancs hatására a teknőc saját központi függőleges tengelye körül fordul jobbra. (4) Négyzet rajzolására az algoritmus így lehet:

mj 55 ja 90 mj 55 ja 90 mj 55 ja 90 mj 55 ja 90

(Az utasításszavakat rövidítve használtuk.) Vegyük észre, az mj 55 ja 90 műveletek ismétlődnek! A négyzet elkészül az utolsó, ja 90 művelet nélkül is, de, hogy az ismétlődés teljes legyen, ezért írtunk az algoritmus végére – a teknőc rendre szoktatása, a munka végén arra felé forduljon, amerre kezdte a munkát, pedagógiai célon túl is – még egy fordulatot. Az ismétlődés, az ismételhetség felfedezése, felfedeztetése a gondolkodás szempontjából jelentős lépés. A NÉGYZET algoritmus így rövidebben is leírható:

ismétel 4[mj 55 ja 90]

Ha a négyzetet teknőc módjára magunk járjuk végig: a rajzolási algoritmus átélhető, könnyebben megérthető, és a mozgásemlékezet segítségével tartósabban megjegyezhető.

Háromszög rajzolására az egyik lehetséges utasítás, ha végigjárjuk azt, evidens, egy-értelmű:

ismétel 3[mj 55 ja 120]

A fordulás 120 fokos értékét beláthatjuk, ha arra gondolunk, hogy a teljes körbeforgásunkat, most három részletben, a három csúcsonál hajtottuk végre. Ezek után nem nehéz észrevenni, hogy ötszög, hétszög, n-szög rajzolásához ötször, hétszer, n-szer kell ismételnünk a haladást, és a csúcson az elfordulás a haladási irányhoz képest, a teljes fordulat, a 360 fok ötöd, heted, n-ed része. A parancsunk ilyenkor lehet: ja 360/5 (5), s nem kell elvégeznünk az osztás műveletét. A számítógépet számoltatni célszerű, és nem kiszorgálni!

A számítógép erősen megváltoztatja a kultúra alapelemeinek jelentőségét is. A napi életben számolni, értsd elemi algoritmusokat gyakorlattan elvégezni, egyre ritkábban kell, a matematikát érteni, szeretni egyre fontosabb. Az általános iskolában azt tanítják: törtet törttel úgy osztunk, hogy az osztandót szorozzuk az osztó reciprokával. Ez természetesen helyes, de szerintem ezzel legalább egyenértékűen fontos az az ismeret, hogy: az osztót zárójelbe tesszük! (6) Visszatérve a teknőcgeometriára, a sokszög oldalait növelve közelítjük a kört, amely így tehát az oldalszám növelése mellett a szabályos sokszögek határértékeként is értelmezhető. Így már az általános iskolában is bemutatható a határérték fogalma. Érdekesnek tartom, hogy egy olyan általános fogalom, mint a kör definiálása nem csak egyféleképpen történik. Ez segít abban, hogy a tudományos ismereteket a diákok ne „szentírásként” értelmezzék, hogy megsejtsék az új keresésének, az újrafogalmazásnak a lehetőségét, szépségét. A gyakorlatban általában az egység oldalhosszúságú szabályos 360-szög körnek tekinthető.

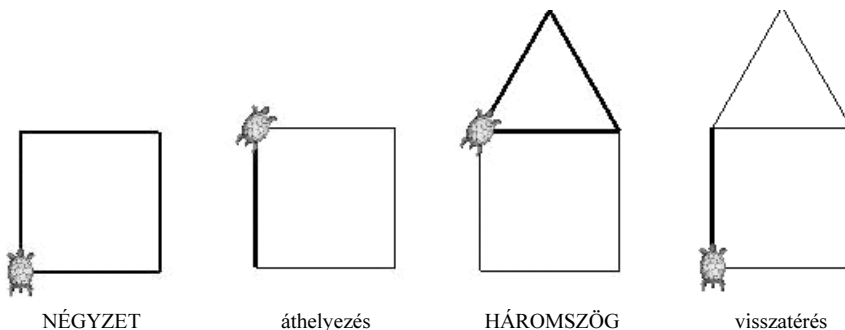
ism 360[mj 1 ja 1]

Ennek a teknőc-egységkörnek a sugarát kiszámíthatjuk a $K=2\pi r$ képletből. Jelen esetben a kerület 360 teknőclépés, így $r=360/(2\pi)=57,3$. A kör átmérője pedig 114,6 teknőclépés. Ha a gyermek sokat használja ezt a teknőc-egységkört, a gyakorlat, a gyakoriság miatt erősödik, „automatizálódik” az a praktikus ismeret benne: miszerint a kör kerülete jó háromszorosa (3,14-szerese) az átmérőnek.

Pólya György gondolkodás-iskolája

A teknőcgeometria következő klasszikus példája a ház rajzolása, ez a probléma a Pólya-féle részekre bontás, és a korábbi modulok, megoldáselemek felhasználásának meseteri szemléltetése. A ház rajzolásának műveletsora például az alábbi részekre bontható:

NÉGYZET
áthelyezés
HÁROMSZÖG
visszatérés



1. ábra. „Oszd a problémát részekre!”

Az áthelyezés: mj 55 ja 30 révén kerül a tető megfelelő magasságba és irányba. A visszatérés az eljárás teljessé tételére szükséges. „A rendes teknőc ugyanolyan helyzetben fejezi be a munkát, ahogyan kezdte.” A visszatérés az áthelyezés teljes inverze: menj fordulj helyett, fordulj menj, és a pozitív paraméterek helyett, azok negáltjai: mj 55 ja 30 helyett ja -30 mj -55.

Folytatom az idézetet *Az észrengés* című könyvből:

„A teknőc-geometria azután kiváló alkalmat ad arra, hogyan gyakoroljuk magunkat a nehézségek feloldásának mesterségében. A HÁZ például a HÁROMSZÖG és a NÉGYZET megoldására támaszkodott. Egyszóval úgy gondolom, a Teknőc-geometria olyannyira megfelel Pólya elveinek, hogy azok megértésére nem is nagyon van jobb módszer. A Teknőc-geometria tehát egy heurisztikus stratégia általános gondolatainak közvetítésére is szolgálhat.”

Az idézetből kiemelem: a Teknőc-geometria olyannyira megfelel Pólya elveinek, hogy azok megértésére nem is nagyon van jobb módszer! Ezt az állítást évtizedek óta tapasztalom és hirdetem. A Pólya-féle „Gondolkodás iskolája”, és a kreativitás fejlesztése a tanulás, a képzés minden szintjén nélkülözhetetlen, és a teknőc-geometriával gyakorolható. Ennek további fejtegetésére nézzük, hogyan lehet további módokon kört rajzoltatni a teknőccel.

Hagyományosabb körrajzoló algoritmusok a Logóban

A hagyományos Logok alkalmazásával már ismertettem további algoritmusokat. (Farkas, 2003) Például ilyen a véleményem szerint még szintonikusabb „JIO algoritmus” (7):

ism 360[toll_fel mj 55 toll_le mj 1 toll_fell mj -56 ja 1]

Vagy ugyancsak ismert lehet, a köt eljárás – amely egyik teknőcöt a másikhoz köti – alkalmazásával készült kör. Egyszerűen a másik teknőcöt forgatjuk, s így az a hozzákötöttet körpályán mozgatja. Avagy a kör $x^2 + y^2 = r^2$ egyenlete alapján a teknőc a megfelelő koordinátagometria pontokat járja végig.

Természetesen ha van a nyelvjárásban circle parancs, annak használata is kézenfekvő. Például az MswLogo (Microsoft Windows Logo) circle, vagy a circle1 (teknőc, mint középpont köré rajzolt kör) parancsa csak egy paramétert kíván, a kör sugarát. Az Elica programnyelvben a circle négyparaméteres, ezek: a középpont három koordinátája és a sugarát:

```
make "c1 circle point 0 0 0 30
```

Ennyit a már sokszor publikált alapokról. A továbbiakban a hazánkban immáron több tucatnyi Logo tankönyvben is ismétlődő példaktól eltérő, újszerű elemekkel is bemutatom a Logo kreativitást fejlesztő szerepét.

Újszerű körrajzoló algoritmusok a Logóban

Az Elica már gyermeknyelvhez méltó könnyedséggel és látványosan szemlélteti a térbeli mozgást is. A teknőcgeometria jelképeként eddig jobbnak találtuk a teknőc helyett a robotot. A robot engedelmeskedik utasításainknak, az igazi teknőcöt viszont nem könnyű idomítani, engedelmességre bírni. Háromdimenziós szemléltetésnél ismét szívesen veszünk elő a teknőcöt, mint „gondolati fogódzót”, hiszen három dimenzióban mozgó robottal (pl. pilótánélküli helikopter) még ritkán találkozunk a diákok, az akváriumban három dimenzióban mozgó teknőc viszont ismert.

A háromdimenziós Logo nyelvjárásokban a kör rajzolásához található további algoritmusok ismertetése előtt, nézzük meg a kocka rajzolás algoritmusát! A szintonia használatára a falra mászás csak képzeletbeli lehet, de egy kocka modell oldalain ujjunkat végig vezetve ismét köthetjük a gondolati műveletsort a mozgástapasztalathoz.

Kocka

Az Elica Hungarica felhasználásával kockát könnyen rajzolhatunk az oldalakon végig haladva, „spagetti programmal”, amikor is addig mászkálunk, amíg mindegyik oldalt bejárjuk. De milyen tömörebb, rövidebb, elegánsabb, strukturáltabb algoritmusok léteznek? Pólya tanácsára keressünk már megoldott hasonló problémát! A kocka nyilván kapcsolatban van a négyzettel.

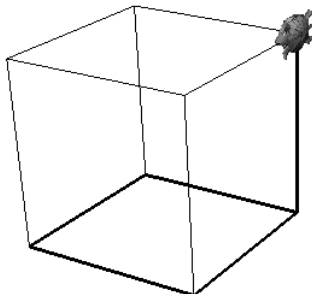
A négyzetrajzoló eljárást, algoritmust nevezzük el négyszög-nek (8):

```
to négyszög ism 4[mj 55 ja 90] end
```

Vajon a kocka körülhatárolására hat négyzetet kell a térben rajzolnunk? A hat négyzet, hatszor négy, azaz huszonnégy oldalél. Ennyit nem kell rajzolnunk, mivel a kockának csak tizenkét éle van. Nem kell lapokat rajzolnunk (hatot), csak éleket (3*4-et). Négy megfelelően elhelyezett négyzetlap oldaléle körülhatárolja a kockatestet. Elegendő tehát a kockatest alakú „gyufásdoboz” tokját végigjárjunk. Képzeld ezt a tokot olyan helyzetben, hogy benne a fiók vízszintesen helyezkedhetne el. A rajzoláshoz az egyik megfelelő algoritmus: a négyzet (alaplap) rajzolása után oldalélnyit emelkedünk (ej – emel-

kedj), jobbra hemperedünk negyed fordulatot (fordulj jobbra – fj), és az eddig tartó algoritmusrészt ismétljük. A kocka oldallapokat a teknőc így belülről járja körbe.

to kocka ism 4[négyszög ej 55 fj 90] end



2. ábra. Kockarajzoló algoritmus I.

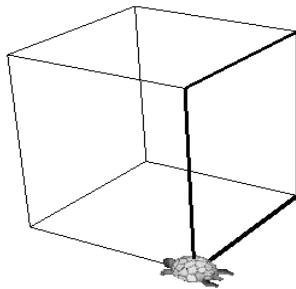
A teknőc a jobb-alsó-hátsó csücsből indult, az onnan előre, felénk induló élen. (Négy-szer rajzoltunk négy oldalélet és négy-szer emelkedtünk.)

Talán még követhetőbb a második kockarajzoló algoritmus, amikor: az előttünk álló kockatest oldallapjait járjuk körbe, s így négy függőleges síkban rajzolunk egy-egy négyzetet. (A gyufásdoboz tokját felállítjuk.) A háromdimenziós teknőc az alaplapra merőleges oldallapra a szaltózz -90 (hátra-szaltó negyed fordulat) paranccsal jut. A sz -90 a fel-felé, az ég felé fordulást eredményezi, így a négyzet2 eljárás:

to négyzet2 ism 4[mj 55 sz -90] end

A négyzet2 függőleges síkba rajzolt négyzetet eredményez. A kocka2 algoritmus pedig:

to kocka2 ism 4[négyszög2 mj 55 ja 90] end



3. ábra. Kockarajzoló algoritmus II. A teknőc a jobb-alsó-hátsó csücsből indult.

Kör a vertikális síkban

És most térjünk vissza a körrajzoló algoritmusokhoz! Vertikális síkban a teknőc kört a következő paranccsra járja végig:

Ism 360[mj 1 sz -1]

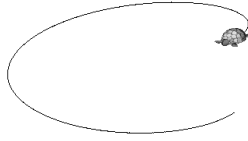


4. ábra. Kör a szaltózó teknőccel.

Ez a megfogalmazás persze a paperti algoritmus (kis lépés, kis fordulás), csak egy másik dimenzióban.

Menetspirál rajzolására is egyszerű az utasítás a térbeli szintonia alapján. Például a paperti köröző algoritmus minden lépése és fordulása után kicsit emelkedünk (ej 0.1):

```
ism 360[mj 1 ja 1 ej 0.1]
```



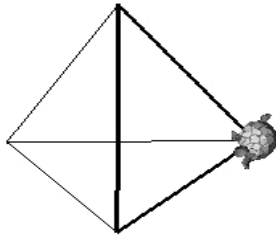
5. ábra. Menet.

Tetraéder

A kockarajzolás algoritmusát követően a tetraéderé is tanulságos. A tetraéder rajzolási algoritmusának megalkotásához is vegyük figyelembe Pólya tanácsát: „Keress hasonlót!”. A tetraéder körülhatárolása a kockánál alkalmazott módhoz hasonlóan történhet a három – egymásnak dőlő – oldallap körbejárásával. Így az algoritmus lehet három alkalmasan elhelyezett háromszög megrajzolásának utasítássora:

```
to háromszög ism 3[mj 55 ja 120] end
```

```
to tetraéder ism 3[fj -70.5 háromszög fj 70.5 mj 55 ja 120] end
```



6. ábra. Tetraéder I.

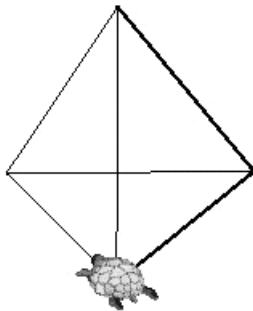
A 70,5-es fordulásiértéket iterálással, próbálgatással hamar megtalálhatjuk. Ha például 60 fokos forgással próbálkozunk, akkor láthatjuk, hogy a tetraéder még túl zárt „három szirmú”, a szirmok egymást túlfedik. Kilencven fokos forgásra túl nyitott lesz a „virág”, (minden oldallap vertikális). A 65 fok még mindig zárt „bimbó”, a 75 még nyitott, és így tovább, hamar megtalálhatjuk az éppen kinyíló „bimbót”. Számítógép használata esetén különösen nem kell idegenkednünk a próbálgatástól, a találgatástól. A gép számolósebessége olyan nagy, hogy jól megválasztott keresési stratégiával, célszerű iterálási algoritmusmal (jelen esetben két irányból történő közelítéssel) gyakran hamarabb célhoz érünk, mint egzakt megoldások keresésével. (9) A szögfüggvények tanulása során pedig éppen egy projekt, a tetraéder rajzoltatás „mellékes” lépése lehet a fordulási szög szabatos ki-
fejezése, pl. így:

```
to tetraeder make "szög 2*arcsin 1/(sqrt 3)
ism 3[fj -:szög háromszög fj :szög mj 55 ja 120] end
```

Ne elégedjünk meg egy megoldással! Van még rövidebb? Vegyük észre, hogy három lap körülvjárása helyett elegendő csak a három felső csúcsba futó oldalél megrajzolása az alaplap három csúcsából kiindulva, és közben az alaplap három csúcsához eljutni. Há-

romszor rajzolunk két szögszárát. Így a legrövidebb algoritmus (nem használtuk az előre gyártott háromszög elemet, 12 élhúzás helyett csak kilencet alkalmaztunk):

```
to tetraeder2 make "szög arccos 1/(sqrt 3) ism 3 [ja 30 sz -:szög
mj 55 mj -55 sz :szög ja -30 mj 55 ja 120] end
```



7. ábra. Tetraéder II.

Kör a kisautó mikrovilágban

A logo-pedagógia lényeges eleme a mikrovilágok alkotása, az azokban való játék is. Az Elica program újszerű Logo mikrovilágokat kínál. Ezekre hazánkban elsők között figyelt fel Nyéki Lajos. (Nyéki, 2002) Többféle teknőc használható az Elica-ban. A hagyományos, eddig alkalmazott, két dimenzióban mászkáló, vagy a három dimenzióban úszkáló jószág helyett választhatjuk a program applikációinak, alkalmazásainak egyikében szereplő autótetknőcöt is. Ekkor teknőc helyett kisautó várja parancsainkat. Ez a kisautó, az autótetknőc, a valóságos gépkocsikhoz hasonlóan nem tud függőlegesen tengelye körül helyben forogni. A jobbra parancs hatására nem forog, hanem kanyarodik. Kört ír le az autónk az `rt 360 (10)` utasításra. Íme a kör rajzolására a következő megoldásunk:

```
Car turtle mikrovilágban
rt 360
```



8. ábra. Kör az autótetknőccel.

A gömbfelszíni teknőc mikrovilágáról

Az autótetknőc mikrovilág jó játék a kisebb diákoknak. Ötödik-hatodik osztályban pedig kiemelkedően értékesnek látom a szférikus (gömbfelszíni) teknőc használatát. Ez a mikrovilág a földrajz oktatásában kiemelkedő szerepet kaphat. Magam, életem első félszázada után, utazásaim során döbbsentem rá, mennyi pontatlanság volt a fejemben a szinte kizárólagosan síktérképek használata miatt. Finnországban egyik nyáron egy konferencia nap végén néhány kollégával sétálni indultunk. Éjfél körül járt az idő, amikor eltévedtünk. Érthetetlen volt, hogy szemünk előtt a „lennyugvó” nap, és nem arra volt a nyu-

gati irány. Avagy jelentősebb tévedés volt ismeretrendszeremben, hogy az országokat, kultúrákat a középiskolás atlasz szerint osztottam csoportokba. Nem kell sokat utazni ahhoz, hogy lássuk az „Appennini- és a Balkán- félsziget országai”, avagy „Észak-Európa” csoportosítással legalább egyenrangú a Földközi-tenger és a Balti-tenger országai, más szavakkal a mediterrán világ és a Baltikum részegységek egybefoglalás. Meglepetéssel tapasztaltam azt is, hogy hazánkból a Fekete-tengerhez vagy Moszkvába utazásnál már érzékelhető az időkülönbség az oda és visszaút között. Vajon hány ember tudja a helyes választ az alábbi kérdésre: Van olyan háromszög, amelynek mindhárom szöge derékszög? Avagy merre is van észak a Déli-sarkon, merre mutat ott az iránytű?

A szférikus teknőc a földfelszíni geometriát modellezi. (11) Szférikus tulajdonságait egy parancsra veheti fel a teknőc.

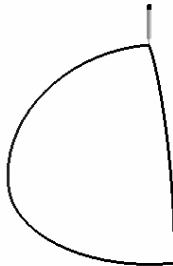
make “defaultturtle sphericalturtle (12)

Sokszögek a gömb felszínén

A szférikus, gömbfelszíni teknőccel rajzoltathatunk egyenlő oldalú, háromszor kilencven fokos (szögeinek összegében 270 fokos) háromszöget:

ism 3[mj 90 ja 90]

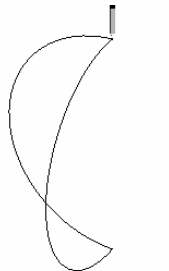
Egy demo 300 parancs kiadása után jól látható, hogy az eredmény a gömb felszínére rajzolt gömbháromszög.



9. ábra. Egyenlő oldalú gömbháromszög

Avagy hogyan lehetséges, hogyha bizonyos mennyiséget haladok előre, s ez után elfordulok 90 fokot (vagy akár mennyit!), majd ugyanannyit haladok egyenesen, hazaérekem? A szférikus teknőc szemlélteti, ha a haladás mértéke 180 teknőclépés (félkör), utána bármerre fordulva ismét 180 lépés után visszaérünk a kiindulópontba:

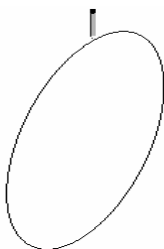
Ism 2[mj 180 ja 90]



10. ábra. „Gömbi kétszög”

Az egyenlő oldalú gömbi háromszög, és „kétszög” logikai sorába illik az „egyszög”, az önmagába visszatérő „gömbi egyenes”. Gömbfelszínen („teknőc egységgömb” esetén) a menj 360 eredménye egy kör (egy gömbi főkör). A körrajzolás újabb algoritmus a tehát:

```
make "defaultturtle sphericalturtle
mj 360
```



11. ábra. Kör a gömbi teknőccel

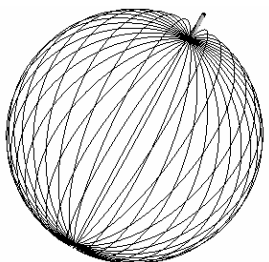
A fenti gondolatsor könnyebben elfogadhatóvá teszi a tér valószínűsíthető görbült szerkezete esetére vonatkozó azon hipotéziseket, amelyek szerint elképzelhető galaktikus messzeségekbe való eljutás. (A legtávolabbi pont eléréséhez csak hátra kellene lép-nünk egy parányit.) A logo-pedagógia egyaránt szolgálja a matematikai, technikai tudomá-nyos gondolkodás alakítását, és a kreativitás, a fantázia fejlesztését is.

Gömb rajzolása

Gömb rajzolása a gömbi teknőccel

A gömb rajzolásának egyik algoritmus a ezek után:

```
Ism 18[mj 360 ja 10]
```



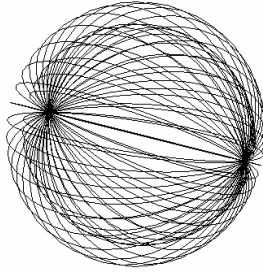
12. ábra. Gömb

Gömb rajzolása a hagyományos teknőccel

Ha visszatérünk az alapteknőchöz, és azzal rajzoljuk a gömböt, a

```
to kor ism 36[mj 10 ja 10] end
to gomb ism 36[kor sz -10] end
```

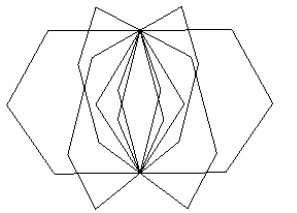
eljárások segítségével, a 13. ábra szerint két, egy kisebb és egy nagyobb gömböt (pon-
tosabban két pontban érintkező ellipszoidokat) kapunk. (Most a 360 oldalú szabályos sokszög helyett 36 oldalú sokszögek „megforgatásával” alakítottuk ki a gömböt. A be-
mutatásra kerülő jelenség azonban természetesen 360 oldalú sokszöggel való közelítés
esetén is fennáll. A durvább közelítéssel a hatás jobban látható, a rajzolás gyorsabb.)



13. ábra. „Duplagömb”

Ezt a kört poligonnal való közelítésekor fellépő jelenséget, Pavel Boytchev (az Elica alkotója) side effect-nek, oldaleffektusnak nevezi. Mi ennek az oka? A magyarázatot meglátjuk, ha még durvábban közelítjük a kört, például hatszöggel:

to hatszög ism 6[mj 10 sz -360/6] end
to torzögmb ism 6[hatszög ja 360/6] end



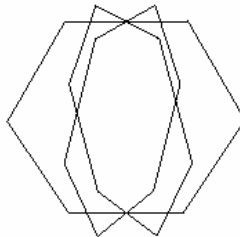
14. ábra. Torz „gömb”.

A „kettős gömb” függőleges tengely körüli forgatás során alakult, függőleges síkban rajzoltuk a „kört” és vízszintesen forgattunk, de nem a kört közelítő hatszög szimmetriatengelye körül, hanem a kört közelítő hatszög jobb-alsó és jobb-felső csúcsát összekötő egyenes mint forgástengely körül. Ezért sűrűlt a hatszög négy, és másik két oldala egy-egy, összesen két gömbfelületet. Ha a körrajzoló algoritmus nem szimmetrikus, és előre lépünk valamennyit és fordulunk valamennyit, mindenkor fellép ez a hatás. Ezt az oldaleffektust kiküszöbölhetjük, ha a hatszög rajzolására a következő algoritmust választjuk:

to hatszög2 ism 6[mj 5 sz -60 mj 5] end

Megosztottuk az előrelépést két részre. (13) A hatszög forgatása így annak egyik szimmetriatengelye körül történik:

to javítottgömb ism 6[hatszög2 ja 60] end



15. ábra. Javított „gömb”.

A bemutatott példák szemléltetik, hogy a Logoval, vagy akár annak technöcgeometria részével nem csak néhány tanórát lehet/érdemes eltölteni. Az első osztályban megismert algoritmusokkal tovább építkezhetünk, és a geometria további fejezeteinek vizsgálata során bővíthetjük a tanulók programozói ismereteit, de még inkább fejleszthetjük gondolkodásukat, algoritmizáló, strukturáló, példamegoldó készségüket. Tehetjük mindezt úgy, hogy közben nem gyorsan avuló ismeretelemekkel foglalkozunk, hanem matematikával szemléletesen, és játékosan.

Tapasztalataim alapján a Logo a legkülönbébb életkorokban értékes játék, hatékony kísérletező, gondolkodás- és fantázia-fejlesztő eszköz. Örülök, hogy hazánkban egyre több pedagógus alkalmazza!

Jegyzet

(1) A program szabadon letölthető a <http://www.elica.net> oldalról, a Törtely-Farkas féle magyar változathoz a kiegészítés a <http://hungarologo.fw.hu> oldalon található.

(2) A nem számítógépes megoldások közül néhány: Körjáték. Megfogjuk egymás kezét és, mint a körjátékhoz kifeszítjük a kört. / Kinyújtott kézzel földhöz szorítjuk egy bot végét, és körbeforgunk. / Kikötjük a kerékpárt/lovat, és a kötelet feszítve hajtjuk. Körberajzoljuk a lábost, poharat, pénzérmét. Gombostű, cérna és ceruza segítségével „körözünk”. / Körsablont használunk./ Ellipszografon a két féltengelyhosszt azonosra állítjuk. / 1 összehangolt / 2 Az önrezonáns kifejezést Freud használta. „Ezzel a terminussal jelöljük az én számára elfogadható, vagyis az én integritásával és szükségleteivel összeegyeztethető ösztönöket és gondolatokat.” J. Laplanche – J. B. Pontalisi (1973): *The Language of Psycho-analysis*. (A pszichoanalízis nyelve) Norton, New York. Pólya György (1954): *A gondolkodás iskolája (How to Solve It); Induction and Analogy in Mathematics (Indukció és analógia a matematikában)* Princeton University Press, Princeton, N. J. és uő. (1969): *Patterns of Plausible Inference (A kézenfekvő következtetési séma)*. Princeton, Princeton, N. J.

(3) Papert állítja ezt korunk gyermekeiről, a számítógépes generációról.

(4) A fordulat egysége átdefiniálható, a tanító beállításától függően lehet a jobbra-át például jobbra 90 helyett jobbra 3, vagy éppen jobbra 2, de akár jobbra (mérőszám nélkül) is.

(5) Az Elica nyelvjárásban nem kell „természetellenes” helyköz a műveleti jelek elé és után.

(6) A programok általában nem kezelnek törtalakú törtket. $1/2/(1/2)$ pedig nem egyenlő $1/2/1/2$ -dal.

(Az első kifejezés értéke 1, a másodiké 0,25.)

(7) A Játékos Informatika Oktatást iskolakíséret keretében diákok vezették be.

(8) Az Elica szerkesztő részébe, a korábbi nyelvjárásoktól eltérően, az eljárásokat nem kell több sorba tagolni.

(9) Ha pl. egy kisgyermek egyenlő oldalú, derékszögű háromszöget akar rajzoltatni a teknőccel, és már kész a két befogó, általában nem kezdem el magyarázni neki a Pitagorász tételt, nem árurom el a befogó hosszát (Gyök kettő szorozva a befogó hosszával), hanem azt mondom, becsüld meg, mennyit kell haladni, próbálkozz, találd ki. A túlfutott, vagy célig nem ért teknőc visszaléphet, törölve nyomát, majd újból próbálkozhat. Nem kell sok kísérlet a kívánt hosszúságú lépés megtalálására. (A negyvenöt fokok fordulás mértéke is megkereshető iterációval.)

(10) Ebben az applikációban is készül a magyar nyelvi változat.

(11) Egy dísznél többet érő földgömb (oktatási eszköz) ma már drágább, mint egy számítógép, s bár háromdimenziós, térbeli, tapintható objektum, s ezen értékét nem szabad lebecsülni, a földrajz oktatásához olyan honlapok vannak, mint a <http://lazarus.elte.hu/> továbbá olyan programjaink is, mint pl. a Google Earth!

(12) Ezen parancsok magyar változata még nem ki-forrott.

(13) Egyenértékűen jó megoldást kapunk, ha a lépésfordulás algoritmuselemet felét-fordulj, lépj, felét-fordulj megosztással tesszük szimmetrikussá, például így: sz -30 mj 5 sz -30. Az informatikát tanító tanárnak hangsúlyoznia kell, hogy más a gyakorlatban alkalmazható a közelítő megoldás és megint más a pontos, egzakt, matematikai algoritmus alapján adódó eredmény!

Irodalom

Abelson H., diSessa A. (1986): *Turtle Geometry. The Computer as a Medium for Exploring Mathematics*. The MIT Press.

Farkas Károly (2003): Logo-pedagógia. *Iskolakultúra*, 10. 21–37.

Nyéki L.(2002): Elica microvilágok. In: Farkas K. (szerk): *HungaroLogo Tíz. Válogatás a hazai HungaroLogo konferenciák előadásából*. NJSZT, Budapest. 145–147.

Papert, S. (1988): *Észrengés*. A gyermeki gondolkodás titkos útjai. SZÁMALK, Budapest.

Farkas Károly

BMF, Neumann János Informatikai Kar,
Szoftvertechnológiai Intézet – Kecskeméti Főiskola,
GAMF Kar, Mérnök-tanár és Médiatechnika Csoport