

Számítógéppel segített matematikaoktatás

Az ICTMT – International Conference on Technology in Mathematics Teaching –, azaz Nemzetközi Konferencia a Matematikatanítás Technológiájáról elnevezésű rendezvénysorozat célja az eredményes matematikatanítás-tanulás didaktikai feltételrendszerének korszerűsítése. A sorban ötödik konferenciát 2001. augusztus 6–9-ig Klagenfurtban rendezték.

A kognitív fejlődésre, a tanulásra a tárgyi, információs és szociális környezetelemek egyaránt hatnak. (1) A 20. század utolsó évtizedei az információs-kommunikációs technológia gyökeres átalakulását, megújulását hozták magukkal. Ezen rendkívül összetett eszközrendszer talán legnagyobb hatású elemei a számítógép-algebrai rendszerek (angolul Computer Algebra System, röviden CAS) és a dinamikus geometriai rendszerek (DGS).

A CAS, DGS és más számítógépes szoftverek megjelenése nagy kihívást jelent a matematikai didaktika s általában a kognitív tudományok számára. A gyökeresen új technológiai elemek elterjedése egyaránt hat a tanári és a tanulói attitűdrendszerre, messzemenő következményei vannak a tudásrepresentáció és a tudásmérés területén is.

A klagenfurti konferencián a világ minden részéből mintegy 250-en vettek részt. Az egyes szekciókban, munkacsoportokban, illetve speciális csoportokban 170 előadás hangzott el. A konferencián elhangzott előadások kivonata megtalálható a <http://www-sci.uni-klu.ac.at/ictmt5> címen. Az alábbiakban, áttekintve a konferencia munkáját, megkíséreljük a matematikai didaktika által adott válaszokat összegezni.

Axiómának tekinthetjük azt, amit a konferencián *Willi Dörfler*, az osztrák matematikadidaktikai társaság alelnöke mondott: modern technika nélkül nincs modern matematikaoktatás.

A konferencia vizsgálta az új információs technológia szerepét

- a matematikai tananyag változásának,
- a tanítási, tanulási stílus alakulásának,
- a fogalomalkotás fejlődésének,
- az értékelés problémáinak,
- a tanári és tanulói munkastílus módosulásának területén.

Külön munkacsoport foglalkozott a tradicionális programozásnak a számítógép-algebrai rendszerek korában betöltött szerepével.

Az ICT (Információs Kommunikációs Technológia) által indukált és a konferencián tetten érhető változások közül négyet szeretnénk kiemelni:

- a különböző matematikai szoftverek kooperációja;
- a kognitív megközelítés előtérbe kerülése;
- a matematika és a programozás közeledése;
- a számítástechnika által támogatott matematikatanítás fokozatos elterjedése a közép- és alsó fokú oktatásban.

A különböző matematikai szoftverek kooperációja

Immáron több mint 15 év telt el azóta, hogy az első olyan számítógép-algebrai rendszerek (Mathematica, Maple, MuPAD) megjelentek, amelyekben a szimbolikus és numerikus számításokat, valamint a grafikai lehetőségeket úgy ötvözték egybe, hogy együttesen kellemes, felhasználóbarát környezetet kínálnak a matematikai feladatok megoldására.

A kilencvenes években jelent meg a matematikai megismerést segítő másik nagy

szoftver-csoport: a dinamikus geometriai rendszerek (DGS). Ilyen például a Geometer's Skechpad, a Cabri Geometry, a Cinderella, az Euklid vagy WinGeom rendszer.

Ezek a rendszerek lehetővé teszik, hogy az egyes geometriai objektumokat a geometriai transzformációk hatásának alávetve tanulmányozhassuk.

Napjaink egyik fő jelensége, hogy a számítógépalgebrai rendszerek (CAS és a dinamikus geometriai rendszerek (DGS) (az együttes rendszert rövidíthetjük DaC-vel) egymást kiegészítve segítik az oktatási folyamatot.

Ilyen módon igen hatékonyan támogatják a kutatás → sejtés → ellenőrzés (kipróbálás) → bizonyítás fázisaiból álló matematikai felfedezés (újra-felfedezés) folyamatát.

A számítógép-algebrai, illetve dinamikus geometriai rendszerek együttes használata lehetővé teszi, hogy a matematikaoktatás az algebrai, a függvények viselkedésével kapcsolatos, illetve a geometriai problémák hatékony kezelésére alkalmas módszereket tanítson.

De csak a didaktikailag legkörültekintőbben szervezett felhasználás hozhat létre valódi értéktöbbletet.

Néhány – a felhasználás során minden bizonnyal betartandó – alapelv:

– Valamennyi didaktikai eljárást újra kell gondolni a DaC alkalmazásának szemszögéből.

– Meg kell vizsgálni a tanulási folyamat egészét kognitív pedagógiai szempontból.

– A DaC használatánál a tartalmi kérdések elsődlegesek.

– Minden lehetőséget meg kell ragadni többoldalú megközelítésre, ahol lehet, az analitikus, numerikus, grafikus leírást egyaránt alkalmaznunk kell. Erre a számítógépes rendszerek a korábbinál hasonlíthatatlanul több, változatosabb és időt kímélő lehetőségeket adnak.

– A megnövekedett számítási kapacitás szükségessé teszi, hogy a korábbinál többet és mélyebben foglalkozzunk a kiszámíthatóság, numerikus stabilitás kérdéskörével.

– A tanulói teljesítmények mérésénél figyelembe kell venni, hogy a számítógép fel-

használásával nyújtott teljesítmény hogyan viszonyul a hagyományos keretek között nyújtotthoz.

– A matematikai modellalkotás elsőrendű feladat.

A kognitív megközelítés

A kognitív pedagógiai-pszichológiai megközelítések előtérbe kerülése több szempontból is örvendetes. Egyrészt számítógép-algebrai rendszerek oktatásban való használata során igen fontos, hogy elkerüljük az úgynevezett „black box” (fekete doboz) hatást. Tehát ügyelnünk kell arra, hogy csak a bevezetendő fogalmak mély elsa-

játítása, az eljárások memória-térképének (mind map) kialakulása után alkalmazzuk akár a saját fejlesztésű, akár a programkönyvtárban megtalálható, félig vagy egészen automatizált eljárásokat.

Másrészt éppen a számítógép-algebrai rendszerek nyújtanak lehetőséget arra, hogy a kapcsolódó fájlok segítségével (s persze másként is) belső kapcsolatokban

Immáron több mint 15 év telt el azóta, hogy az első olyan számítógép-algebrai rendszerek (Mathematica, Maple, MuPAD) megjelentek, amelyekben a szimbolikus és numerikus számításokat, valamint a grafikai lehetőségeket úgy ötvözték egybe, hogy együttesen kellemes, felhasználóbarát környezetet kínáljanak a matematikai feladatok megoldására.

A kilencvenes években jelent meg a matematikai megismerést segítő másik nagy szoftver-csoport: a dinamikus geometriai rendszerek (DGS). Ilyen például a Geometer's Skechpad, a Cabri Geometry, a Cinderella, az Euklid vagy WinGeom rendszer. Ezek a rendszerek lehetővé teszik, hogy az egyes geometriai objektumokat a geometriai transzformációk hatásának alávetve tanulmányozhassuk.

gazdag tudásrepresentációs hálózatot hozunk létre.

A szerző *Klincsik Mihállyal* közösen tartott előadásában a Toolbook szerzői rendszer és a Maple számítógép-algebrai rendszer együttes felhasználásával történő oktatásról számolt be. (4) A Toolbook vagy más szerzői rendszer segítségével előkészíthetjük a számítógép-algebrai rendszer használatát. A megtanulandó eljárás bevezető, kézi számolással végzett változatát például úgy modellezhetjük, hogy a lényegről a figyelmet sokszor elterelő, mechanikus műveleteket a rendszer végezze el. Ezáltal a tanuló (hallgató) az elsajátítandó új ismeret lényegére tud összpontosítani. Az alábbi ábra pillanatfelvétel egy ilyen alkalmazásról: a bázistranszformáció során sok részletszámítást kell elvégezni, ezek „nyűgét” a Toolbook segítségével készített program leveszi a vállunkról.

BASIS TRANSFORMATION
 Rows: 4
 Columns: 4

TABLE OF PIVOT ELEMENTS

1	2	3	4
1			
2			
3			
4			

TABLE AFTER THE 1. TRANSFORMATION

	a_1	e_1	a_2	a_3	a_4
a_2	0.5	1	1.5		2
e_2	-7	0	-7		-10
e_3	1	0	-2		-7
e_4	2.5	0	-3.5		-1
δ	0.5		1.5		2

TABLE AFTER THE 2. TRANSFORMATION

	a_1	e_1	a_2	e_2
a_2	-0.9	1	0.1	0
a_4	0.7	0	0.7	1
e_3	5.9	0	2.9	0
e_4	-2.2	0	-2.8	0
δ	0.7	0	0.7	

It isn't row or column of the pivot element

$x_3 = x_3 - \delta * c_3$ $\delta = \frac{x_2}{c_2}$

Substitutions:
 $x_3 = 1 - (0.7) * (-7) = 5.9$
 $\delta = -7 / (-10) = 0.7$

1. ábra

A matematika és a programozás közeledése

Elmar Cohors-Fresenborg a programozás fogalmának definiálásakor a függvény (függvényszerű kapcsolat) – modellképzés – algoritmus fogalomhármass szoros kapcsolatát hangsúlyozza.

A modellképzés során a különböző paraméterek közötti függvénykapcsolatokat ismerjük föl és a keletkezett modellt a számítógépen algoritmus formájában implementáljuk. (2) Tegyük hozzá, legtöbbször úgynevezett pszeudokód formájában írjuk meg az algoritmust. Így az algoritmus idő-

és gépfüggetlen s többféle alkalmas programnyelven megvalósítható.

A fenti értelemben vett programozás egyre inkább a matematikai tevékenység részévé válik. És ez éppen a számítógép-algebrai rendszerek felhasználásával tehető meg a legtermészetesebb módon.

Mindez azt jelenti, hogy a modellalkotás, az algoritmikus gondolkodás szerepe nő. (3) Ez mindenképpen a kreatív ismeretszerzés súlyának növekedését hozza magával.

A számítástechnika által támogatott matematikatanítás

A kézben tartható számítógépek (handheld technológia) térhódításával a számítógép segítségével történő matematikatanítás a közép-, helyenként az alsó fokú oktatásban is terjed.

Ezek a kézbe vehető számítógépek már egészen mások, mint a korábbi kalkulátorok, számológépek. A legújabb típusokkal, mint például a TI-92 vagy a Casio új modellje, mind a számítógép-algebrai, mind a dinamikus geometriai rendszerek egyszerűbb változatai futtathatóak. Viszonylag könnyen kezelhetőek, áruk sem túlságosan magas. Így valóban alkalmasak arra, hogy felhasználásukkal a matematika megtanulását is segítő programozás elsajátításának első lépéseit megtegyék a tanulók.

Összességként megállapíthatjuk, hogy a matematikát művelők egész társadalmát, de kiváltképp a matematikát oktatók s tanulók gazdagodhatnak általa, ha alkalmazzák a számítástechnika által kínált modern eszközöket. Az alkalmazás mind optimálisabb módjához azonban csak pedagógiai vizsgálatok, alapos kutatómunka útján juthatunk el.

Jegyzet

- (1) CSAPÓ Benő: *Kognitív pedagógia*. Akadémiai Kiadó, Bp, 1999.
- (2) COHORS-FRESENBORG, Elmar: *Zur Integration algorithmischer und axiomatischer Denkweisen in den Mathematikunterricht der Klasse 7 des Gymnasiums*. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Verlag Franzbecker, 1987. 130–133. old.
- (3) FUCHS, Karl Josef: *Programming in the Age of CAS*. ICTMT5, Klagenfurt, 2001.
- (4) <http://www.pmmf.hu/sarvari>

Sárvári Csaba